

Programa de Teoría de Galois

1. Descripción del Curso

Nombre: Teoría de Galois **Código:** ME42
Prerrequisitos: ME41 **Créditos:** 5
Profesor: Damián Ochoa **Semestre:** Primero, 2019

Es un curso presencial donde se estudian la teoría de los cuerpos, extensiones de cuerpos y se hace una introducción a la teoría de Galois. El curso es una continuación a los temas estudiados en los cursos de Álgebra I, Álgebra II, y Teoría de Números. Se enfatiza en la demostración de los teoremas principales de la teoría y la resolución de problemas aplicados para integrar conocimientos y destrezas.

El curso se desarrollará durante quince semanas, con cuatro períodos semanales de cincuenta minutos para la resolución de problemas, discusión de teorías, comunicación didáctica, resolución de ejemplos y de dudas. Además, se promoverá el trabajo colaborativo de los estudiantes por medio de hojas de ejercicios, y proyectos con el fin de alcanzar las competencias propuestas y promover la reflexión y el aprendizaje autónomo.

2. Competencias

2.1. Competencias generales

- 2.1.1 Domina de los conceptos básicos de la matemática superior.
- 2.1.2 Construye y desarrolla argumentaciones lógicas, con una clara identificación de hipótesis o conclusiones.
- 2.1.3 Se expresa correcta y claramente, utilizando el lenguaje matemático.
- 2.1.4 Formula problemas en lenguaje matemático, para facilitar su análisis y solución.
- 2.1.5 Utiliza las herramientas computacionales para plantear y resolver problemas.
- 2.1.6 Trabaja en equipos interdisciplinarios.
- 2.1.7 Piensa analítica, crítica y lógicamente.
- 2.1.8 Resuelve problemas atendiendo los principios del trabajo individual y colaborativo.
- 2.1.9 Trabaja y aprende de forma autónoma.

2.2. Competencias específicas

- 2.2.1 Describe los distintos tipos de extensiones de cuerpos y su clasificación.
- 2.2.2 Conoce y entiende la diferencia entre extensiones algebraicas y trascendentes, finitamente generadas y no finitamente generadas. Es capaz de proporcionar ejemplos.
- 2.2.3 Comprende los conceptos de extensión separable, inseparable, puramente inseparable, normal y Galoisiana. Da ejemplos y contraejemplos de cada una.

- 2.2.4 Comprende y domina las técnicas y demostraciones de los resultados principales la teoría de de cuerpos y la teoría de Galois.
- 2.2.5 Comprende los pasos esenciales en cada demostración. Argumenta correctamente los teoremas. Aplica estas técnicas para resolver problemas.
- 2.2.6 Calcula y clasifica grupos de Galois, y calcula grupos de Galois asociados a polinomios. Analiza su estructura.
- 2.2.7 Conoce el desarrollo histórico de la resolución de ecuaciones de segundo, tercer, cuarto y quinto grado. Conoce el desarrollo del álgebra y la Teoría de Galois.
- 2.2.8 Desarrolla todas las etapas de una investigación o proyecto aplicado donde se utilizan elementos de la teoría de Galois: anteproyecto, diseño experimental, resultados principales y conclusiones.
- 2.2.9 Comunica efectivamente, de forma escrita, oral, visual y global los resultados de su investigación.

3. Unidades

3.1. Extensiones de cuerpos

Descripción: El retículo de subcuerpos de un cuerpo. Tipos de extensiones de cuerpos: algebraicas, trascendentes, simples, finitamente generadas. Extensiones distinguidas: propiedad de torre, de levantamiento, de composición. Extensiones finitamente generadas. Extensiones simples. Extensiones finitas. Extensiones algebraicas. La cerradura algebraica. Cuerpos de descomposición y extensiones normales.

Duración: 16 períodos de 50 minutos

Metodología: Serán cuatro semanas de aula magistral donde se presenta la teoría, ejemplos y se fomenta la comunicación didáctica, la discusión del proceso de solución de problemas a través del uso de la teoría.

Evaluación: Cada unidad se evalúa por medio de hojas de ejercicios.

3.2. Homomorfismos y separabilidad

Descripción: Homomorfismos entre cuerpos y sus extensiones. Número de extensiones: el grado de separabilidad. Extensiones separables. Cuerpos perfectos. Extensiones inseparables y puramente inseparables. Cerradura separable y cerradura puramente inseparable.

Duración: 12 períodos de 50 minutos

Metodología: Serán tres semanas de aula magistral donde se presenta la teoría, ejemplos y se fomenta la comunicación didáctica, la discusión del proceso de solución de problemas a través del uso de la teoría. El trabajo se complementa con una semana de hojas de trabajo, ejercicios y resolución de problemas.

Evaluación: Cada unidad se evalúa por medio de hojas de ejercicios.

3.3. Independencia algebraica

Descripción: Relaciones de dependencia. Dependencia algebraica. Bases de trascendencia. Extensiones trascendentes simples.

Duración: 4 períodos de 50 minutos

Metodología: Serán una semana de aula magistral donde se presenta la teoría, ejemplos y se fomenta la comunicación didáctica, la discusión del proceso de solución de problemas a través del uso de la teoría. Al final de la unidad cada estudiante presentará un proyecto aplicado sobre sistemas de ecuaciones diferenciales.

Evaluación: Cada unidad se evalúa por medio de hojas de ejercicios.

3.4. Desarrollo histórico de la Teoría de Galois

Descripción: La ecuación cuadrática. La ecuación cúbica y cuártica. Ecuaciones de grado mayor. Newton: Polinomios simétricos. Vandermonde, Lagrange y Gauss. La contribución de Galois.

Duración: 4 períodos de 50 minutos

Metodología: Serán una semana de aula magistral donde se presenta la teoría, ejemplos y se fomenta la comunicación didáctica, la discusión del proceso de solución de problemas a través del uso de la teoría

Evaluación: Esta unidad se evalúa por medio de hojas de ejercicios.

3.5. Teoría de Galois

Descripción: Conexiones de Galois. La correspondencia de Galois. Cerraduras. Subgrupos normales y extensiones normales. Grupos de Galois. Extensiones abelianas y extensiones cíclicas. El grupo de Galois de un polinomio. Polinomios simétricos. El teorema fundamental del álgebra. El discriminante de un polinomio. Ejemplos de grupos de Galois de polinomios.

Duración: 16 períodos de 50 minutos

Metodología: Serán cuatro semanas de aula magistral donde se presenta la teoría, ejemplos y se fomenta la comunicación didáctica, la discusión del proceso de solución de problemas a través del uso de la teoría.

Evaluación: Esta unidad se evalúa por medio de hojas de ejercicios.

3.6. Aplicaciones

Descripción: Construcciones con regla y compás. Grupos solubles. Extensiones solubles. Extensiones radicales. Solubilidad por radicales.

Duración: 8 períodos de 50 minutos

Metodología: Serán cuatro semanas de aula magistral donde se presenta la teoría, ejemplos y se fomenta la comunicación didáctica, la discusión del proceso de solución de problemas a través del uso de la teoría.

Evaluación: Esta unidad se evalúa por medio de hojas de ejercicios, y el examen final.

4. Evaluación del curso

Las actividades de evaluación se distribuyen del modo siguiente:

2 Exámenes parciales	50 puntos
Tareas y ejercicios	25 puntos
Examen final	25 puntos
Total	100 puntos

5. Bibliografía

Texto del curso:

1. Stewart, Ian Nicholas. Galois theory. CRC Press, 2015.

Otros libros de consulta:

3. Steven Roman. Field Theory. Graduate Texts in Mathematics 158, Springer.
4. Patrick Morandi. Field and Galois Theory. Graduate Texts in Mathematics 167, Springer.
5. Jean-Pierre Escofier. Galois Theory. Graduate Texts in Mathematics 204, Springer.
6. I. N. Herstein. Topics in Algebra.

7. Arnaldo García e Yves Lequain. Elementos de álgebra. IMPA.
8. Otto Endler. Teoria dos Corpos. Monografias IMPA.
9. Flor de María Aceff y Emilio Lluís-Puebla. Teoría de Galois, un primer curso. 2ª ed. Textos, Sociedad Matemática Mexicana.
10. Miles Reid. Galois Theory. Apuntes de curso. Disponible en homepages.warwick.ac.uk/~masda/MA3D5/Galois.pdf

<http://ecfm.usac.edu.gt/programas>