



Universidad de San Carlos de Guatemala
Escuela de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Física

ANÁLISIS DE CURVAS DE LUZ DE EXOPLANETAS UTILIZANDO DATOS DE LA SONDA ESPACIAL KEPLER

Erick Alexander Rojas García

Asesorado por Dr. Eduardo Rubio Herrera

Guatemala, Octubre de 2016

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA



ESCUELA DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS

**ANÁLISIS DE CURVAS DE LUZ DE
EXOPLANETAS UTILIZANDO DATOS DE LA
SONDA ESPACIAL KEPLER**

TRABAJO DE GRADUACIÓN
PRESENTADO A LA JEFATURA DEL
DEPARTAMENTO DE FÍSICA
POR

ERICK ALEXANDER ROJAS GARCÍA
ASESORADO POR DR. EDUARDO RUBIO HERRERA

AL CONFERÍRSELE EL TÍTULO DE
LICENCIADO EN FÍSICA APLICADA

GUATEMALA, OCTUBRE DE 2016

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
ESCUELA DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS



CONSEJO DIRECTIVO

DIRECTOR	M.Sc. Edgar Anibal Cifuentes Anléu
SECRETARIO ACADÉMICO	Ing. José Rodolfo Samayoa Dardón

TRIBUNAL QUE PRACTICÓ EL EXAMEN GENERAL PRIVADO

EXAMINADOR	Dr. Enrique Pazos
EXAMINADOR	Dr. Rodrigo Sacahuí
EXAMINADOR	Dr. Juan Ponciano

Este archivo pdf es una muestra

Fecha

datos

cuerpo

despedida

firma

nombre

AGRADECIMIENTOS

A mi Padre, Sergio (Q.E.P.D.)

Por su ejemplo de perseverancia e infundirme un espíritu de lucha inquebrantable ante cualquier vicisitud de la vida, y por su amor.

A mi Madre, Aida

Por su apoyo incondicional, sus valores, su inagotable paciencia, y sobre todo su amor, un hijo no puede tener una mejor madre.

A mi Esposa, Beatriz

Por su comprensión, su apoyo, por ser mi refugio en momentos difíciles, por su fidelidad y principalmente por enseñarme a volar.

A mis Abuelitos

A Mama Sofi, por ser mi segunda madre.

A Mama Lita y a Papa Julio (Q.E.P.D), por su cariño.

A mis Hermanos

A Leslie y a Sergio, por su apoyo en todo momento.

A la Familia de mi Esposa

Por su apoyo y su cariño.

A mi Asesor, mi Maestro y Mentor

Dr. Eduardo Rubio, por sus consejos, sus enseñanzas y su ayuda brindada en todo momento, indudablemente sin él esto no hubiera sido posible.

A mis Amigos

Sin su camaradería jamás lo habría logrado.

Finalmente, este trabajo incluye información recopilada por la Misión Kepler, por lo que agradezco a Mikulski Archive for Space Telescope (MAST) y a la NASA.

DEDICATORIA

A mi familia, especialmente a mi futuro bebe.

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE FIGURAS	IV
ÍNDICE DE TABLAS	V
LISTA DE SÍMBOLOS	VII
OBJETIVOS	IX
1. Detección de exoplanetas mediante tránsitos extrasolares	1
1.1. Desarrollo de un modelo matemático para describir parámetros de un tránsito	1
1.2. Función de ajuste sin oscurecimiento en la frontera	5
1.2.1. Desarrollo	5
1.2.2. Graficando el modelo	9
2. DATOS OBSERVACIONALES	11
2.1. Telescopio espacial Kepler	11
2.1.1. Secuencia de adquisición de datos	15
2.1.1.1. Proceso de calibración de datos	17
2.1.2. Nomenclatura de los archivos	17
2.2. Archivos FITS	18
2.2.1. Archivos de curvas de luz	19
2.2.2. Manejo de archivos fits	20
3. AJUSTANDO EL MODELO	21
3.1. Filtro de NaN	21
3.2. Período del planeta	22
3.3. Determinación de la fase	22
3.4. Normalización de datos	23
3.4.1. Cálculo de la <i>running mean</i>	24

3.5. Ajuste del modelo	25
4. IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO Y VALIDACIÓN DE RE-	
SULTADOS	27
4.1. Confiabilidad del método	27
4.1.1. método de χ^2	27
4.2. Resultados	27
4.3. Interpretación de resultados	30
4.3.1. Kepler 4b	30
4.3.2. Kepler 5b	30
4.3.3. Kepler 75b	31
4.4. Validación de resultados	31
5. DISCUSIÓN	35
5.1. Sistemas extrasolares con planetas del tamaño de la Tierra	35
5.1.1. Interpretación de resultados	37
5.2. Sistemas extrasolares con múltiples planetas orbitando entorno a la	
estrella huesped	37
5.2.1. Interpretación de resultados	40
5.2.1.1. Kepler 149b	40
5.2.1.2. Kepler 149d	40
CONCLUSIONES	41
RECOMENDACIONES	43
Apéndice A	45
Apéndice B	51
Apéndice C	57
BIBLIOGRAFÍA	59

ÍNDICE DE FIGURAS

1.1. Ilustración de un Tránsito Extrasolar	2
1.2. Inclinação Orbital del Planeta	3
1.3. Duración del Tránsito	3
1.4. Geometría del Tránsito	6
1.5. Simplificación de los Discos Interceptados	6
1.6. Variables Observables Durante un Tránsito	8
1.7. Comparación Modelo Propuesto Vs Curva de Luz Real	10
2.1. Ilustración del Telescopio Espacial Kepler	12
2.2. Ilustración del Campo de Visión de la Sonda Kepler	13
2.3. Imagen del arreglo de la CCD de Kepler	14
2.4. Ilustración del campo de visión de la misión K2	15
2.5. Línea de Procesamiento de Datos	16
3.1. Período del Planeta	22
3.2. Geometría Orbital	23
3.3. Comparación de <i>Running Mean</i>	25
4.1. Resultados Planeta Kepler 4b	29
4.2. Resultados Planeta Kepler 5b	29
4.3. Resultados Planeta Kepler 75b	30
4.4. Histograma de frecuencia para los residuos del planeta Kepler 4b . . .	32
4.5. Histograma de frecuencia para los residuos del planeta Kepler 5b . . .	32
4.6. Histograma de frecuencia para los residuos del planeta Kepler 75b . . .	33
5.1. Resultados Planeta Kepler 19b	36
5.2. Histograma de frecuencia para los residuos del planeta Kepler 19b . . .	37
5.3. Resultados Planeta Kepler 149b	38
5.4. Histograma de frecuencia para los residuos del planeta Kepler 149b . . .	38
5.5. Resultados Planeta Kepler 149d	39

5.6. Histograma de frecuencia para los residuos del planeta Kepler 149d . 39

ÍNDICE DE TABLAS

I1.	Clasificación de Planetas	XIV
1.1.	Parámetros de Planetas Extrasolares	9
2.1.	Nombres de Archivos de Kepler	18
4.1.	Parámetros del Planeta Kepler 4b	28
4.2.	Parámetros del Planeta Kepler 5b	29
4.3.	Parámetros del Planeta Kepler 75b	30
5.1.	Parámetros del Planeta 19b	36
5.2.	Parámetros del Planeta 149b	38
5.3.	Parámetros del Planeta 149d	39

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolo	Significado
$M_{\oplus}$	Masa de la Tierra
$R_{\oplus}$	Radio de la Tierra
F	Flujo Lumínico
ΔF	Cambio del Flujo Estelar
R_*	Radio de la Estrella
R_p	Radio del Planeta
T	Período Orbital
a	Semieje mayor
G	Constante de Gravitación Universal
M_*	Masa de la Estrella
m_p	Masa del Planeta
i	Ángulo de Inclinación Orbital
ω	Velocidad Angular Orbital del Planeta
t	Tiempo
t_t	Tiempo Total del Tránsito
t_f	Tiempo del Tránsito Estelar
z	Parámetro de Impacto Temporal
b	Parámetro de Impacto Medio
k_o	Ángulo entre el Parámetro de Impacto Temporal y Radio del Planeta
k_1	Ángulo entre el Parámetro de Impacto Temporal y Radio de la Estrella
z_*	Variable Auxiliar
z_p	Variable Auxiliar
P	Relación entre el Radio de la Estrella y Radio del Planeta
A_*	Área del disco de la Estrella
A_p	Área del disco del Planeta

Símbolo	Significado
A_{T*}	Área del triángulo formado por la Estrella
A_{Tp}	Área del triángulo formado por el Planeta
h	Altura de los triángulos
A_{eclipse}	Área de la elipse formada por la intersección de los discos de la estrella y del planeta
$F^e(P, z)$	Función del flujo normalizado percibido de la estrella
$\lambda^e(P, z)$	Variación del flujo de la estrella cuando ocurre el tránsito
R_J	Radio de Júpiter
$R_{\odot}$	Radio del Sol
t_o	Época de inicio
ϕ	Fase orbital del planeta
O_k	Valor k observado de una distribución
E_k	Valor k esperado de una distribución
L	Luminosidad

OBJETIVOS

General

Elaborar un método que permita construir curvas de luz a partir de datos tomados por la sonda Kepler y que permita la detección de exoplanetas por medio del método de tránsitos planetarios.

Específicos

1. Reducir, interpretar y manipular los datos crudos tomados por la sonda Kepler.
2. Elaborar una rutina sencilla para manipular y analizar los datos procesados.
3. Implementar un método para la detección de tránsitos planetarios en los datos.
4. Validar el método de análisis, verificando la detección de planetas conocidos.
5. Determinar las órbitas de los planetas conocidos y compararla con las órbitas conocidas en la literatura.
6. Evaluar la validez del método determinando la posibilidad de detectar distintos tipos de exoplanetas.

Introducción

Descripción de los Métodos para Detectar Exoplanetas

La búsqueda de planetas que giran entorno a otras estrellas tiene como objetivo responder algunas de las más grandes interrogantes, ¿existen otros planetas?, ¿existen planetas como la Tierra?, ¿hay planetas que puedan albergar vida?.

Durante años astrónomos habían intentado detectar exoplanetas en otras estrellas, pero ninguno lo había conseguido con éxito. Este es el caso del supuesto planeta en 70 Ophiuchi. Desde 1855 existieron muchos astrónomos que afirmaban haber descubierto un planeta en esta estrella [15], pero años posteriores se retractaban de su descubrimiento aclarando que existían errores sistemáticos en sus mediciones que los habían llevado a tomar tal suposición. Pasó el tiempo y en 1991 A. G. Lynes y M. Bailes[22] anunciaron que habían descubierto un planeta con 10 veces la masa de la Tierra en una estrella tipo pulsar, llamada PSR 1829-10 con un período cercano a los 6 meses, pero meses después publicaron un artículo dando marcha atrás al descubrimiento, debido a que olvidaron tomar en cuenta la órbita de la Tierra, lo que introdujo anomalías en los datos [23]. Finalmente en 1992 [49] se detectó un exoplaneta orbitando entorno al púlsar PSR B1257+12, al observar anomalías en el tiempo de arribo de los pulsos emitidos por el púlsar. Una de las características de los pulsares es que emiten pulsos con períodos bastante regulares por lo que una anomalía en el tiempo de arribo de los mismos sugiere la presencia de objetos orbitando alrededor de él. Este descubrimiento generó más preguntas que respuestas, puesto que un púlsar se forma a partir de la explosión de una supernova tipo II, es decir por el colapso gravitacional de una estrella masiva ($M > 8M_{\odot}$). A este método se le conoce con el nombre de *pulsar timing*.

Más tarde, en 1995 M. Mayor & D. Queloz descubrieron un exoplaneta orbi-

tando en una estrella de secuencia principal [27]. Las estrellas de secuencia principal son estrellas parecidas al Sol, en este caso el descubrimiento ocurrió en la estrella 51 Peg [6]. Para este descubrimiento, el método que se utilizó fue el de velocidad radial, el cual consiste en observar modulaciones del efecto Doppler en la estrella. En otras palabras se observa si las líneas en el espectro de la luz proveniente de la estrella, se desplazan hacia el rojo y hacia el azul de manera periódica, lo que claramente indica que un objeto masivo orbita muy cerca alrededor de la misma. Este objeto resultó ser un planeta parecido a Júpiter, el cual posee una órbita que lo acerca demasiado a su estrella, haciendo que este posea una temperatura bastante elevada. Posteriormente se descubrieron otros planetas de este tipo, los cuales debido a sus características orbitales recibieron el nombre de "Júpiteres Calientes"[26].

Un método bastante similar al de velocidad radial es el método de astrometría [20], este consiste en que tanto el planeta como la estrella giran alrededor del centro de masa del sistema, esto hace que la estrella posea una diminuta órbita entorno al centro, entonces al medir estas variaciones en la posición de la estrella, se pueden determinar las características del planeta, el problema de utilizar este método, es que sólo sirve para detectar planetas masivos, "Jupiters Calientes".

Otro método que sirve para la detección de exoplanetas es el de microlentes gravitacionales [24]. Este método consiste en aprovechar la geometría del sistema planetario de estudio de tal manera que cuando un planeta pasa por enfrente de una estrella de fondo, este distorsiona el espacio y magnifica la luz proveniente de dicha estrella. Una de las desventajas de utilizar este método es que tanto la estrella de fondo como el planeta deben estar perfectamente alineados con la línea de visión. Además el planeta debe ser lo suficientemente masivo para que se pueda detectar.

El método que explora este trabajo de graduación es el de tránsitos extra-solares. Este método consiste en que cuando un planeta pasa por enfrente de la estrella, bloquea una fracción del disco de la estrella, haciendo que disminuya su brillo dependiendo del tamaño del mismo. Dado que el planeta orbita alrededor de la estrella, la variación en el brillo es periódica. Entonces al medir el tiempo de duración del tránsito, el período con que este evento ocurre y la disminución en el brillo de la estrella es posible determinar los parámetros del sistema estelar de estudio tales como el tamaño de la órbita, la temperatura y el tamaño relativo del planeta [42].

Una de las desventajas de utilizar este método, es que depende de la geometría orbital del sistema, puesto que si el plano de la órbita del planeta es perpendicular al plano del observador, es imposible detectar la presencia del mismo, además también depende del tiempo que le toma al planeta completar una vuelta entorno a la estrella (i.e. período orbital del planeta) lo que puede durar desde un par de horas hasta años, por lo que puede dificultar un poco la detección del planeta ya que hay que esperar a que complete varios tránsitos para poder medir las características del mismo y confirmar su existencia.

La otra desventaja que existe con este método, es la necesidad de medir variaciones en el flujo de la estrella de $1/10,000$ y con alta precisión utilizando cámaras especiales [36]. Además de esto, la luz que viene de la estrella debe atravesar la atmósfera, lo que produce aberraciones en el brillo percibido de las mismas que hacen imposible el realizar estas mediciones en la Tierra.

Ambas desventajas pueden ser resueltas al colocar un telescopio en el espacio. En marzo del 2009 la NASA en colaboración con otras instituciones, lanzaron el Telescopio Espacial Kepler [34], el cual tenía entre sus objetivos buscar planetas usando el método de tránsitos planetarios. A partir de los datos de Kepler la lista de exoplanetas confirmados aumentó de unos cientos a miles en los últimos 10 años¹. Lamentablemente el sistema de apuntado del satélite Kepler sufrió una avería en 2012, debido a que se dañaron dos de sus cuatro giróscopos. A pesar de este problema, la cantidad de información que sigue recolectando es bastante grande y aun existen datos sin analizar.

Clasificación de Exoplanetas

Debido al incremento de planetas conocidos, tanto dentro como fuera de nuestro sistema solar, surgió la necesidad de crear una clasificación de ellos. Una forma de clasificación es usar la relación radio-masa del planeta [45], de acuerdo a esta clasificación existen tres tipos de planetas: Planetas Enanos, Planetas Terrestres y Planetas Gigantes Gaseosos. En la Tabla II, se muestra la clasificación de planetas dependiendo de su radio y masa extraída de Planetary Habitability Laboratory ².

¹<http://exoplanet.eu/catalog/>

²<http://phl.upr.edu/library/notes/amassclassificationforbothsolarandextrasolarplanets>

Tabla II. Clasificación de Planetas de acuerdo a su relación Radio-Masa. Fuente: Tomada de [40].

Tipo	Clasificación	$M_{\oplus}$	$R_{\oplus}$
Planetas Enanos	Asteroides	0-0.00001	0-0.03
	Mercurianos	0.00001-0.1	0.03-0.7
Planetas Rocosos	Subterrestres	0.1-0.5	0.5-1.2
	Terrestres	0.5-2	0.8-1.9
	Superterrestres	2-10	1.3-3.3
Planetas Gigantes Gaseosos	Neptunianos	10-50	2.1-5.7
	Jovianos	50-500	3.5-27

Sobre este trabajo

El presente trabajo de graduación consiste en elaborar y validar un método de detección de exoplanetas utilizando los datos de la sonda espacial Kepler disponibles en el Archivo Mikulski para Telescopios Espaciales ³ MAST [28] por sus siglas en inglés, verificando la detección de planetas conocidos.

En el primer capítulo se presenta la elaboración de un modelo matemático para describir los tránsitos extrasolares analizando la geometría del sistema [25]. Este método permite determinar las características del planeta extrasolar, despreciando el efecto del oscurecimiento en la frontera de la estrella conocido como limbo.

En los capítulos 2 y 3 se describe la rutina elaborada en **python** usando el paquete **astropy** [1], la cual extrae la información del tiempo y del flujo calibrado de los archivos de la sonda Kepler, una vez obtenidos los datos de flujos y tiempos se analizan los mismos realizando un ajuste de datos de donde se pueden determinar algunas características del sistema planetario, tales como la inclinación orbital, el período orbital y el tamaño del planeta.

Finalmente en el capítulo 4 se verifica la confiabilidad de los datos al comparar los resultados obtenidos con los datos publicados en la literatura según la base de datos SIMBAD ⁴ o las bases de datos de exoplanetas ⁵. Una vez validada la rutina

³https://archive.stsci.edu/kepler/data_search/search.php

⁴<http://simbad.u-strasbg.fr/simbad/>

⁵<http://exoplanet.eu>

se espera que se emplee en un futuro para analizar nuevos datos y con ellos buscar nuevos planetas en los datos del Satélite Kepler.

1. Detección de exoplanetas mediante tránsitos extrasolares

1.1. Desarrollo de un modelo matemático para describir parámetros de un tránsito

Johannes Kepler observó las distintas posiciones de los planetas del sistema solar, a partir de dichos datos calculó y predijo que cada cierto intervalo de tiempo los planetas interiores, Mercurio y Venus, transitarían enfrente del disco del Sol. Esta fue la primera vez en la historia conocida que alguien sugirió la posibilidad de observar un tránsito planetario.

En este capítulo se presentan los elementos necesarios para determinar el modelo matemático propuesto por Mandel & Algol [25], que describe el comportamiento de un tránsito en términos de parámetros medibles durante el mismo.

Un tránsito ocurre cuando un objeto celeste pasa enfrente de una estrella bloqueando y reduciendo, en una pequeña parte, el brillo de la misma, como se muestra en la Figura 1.1.

Dado que el brillo de la estrella decrece cuando una sección del disco de la estrella es bloqueado por el disco del planeta, se puede establecer una relación entre el brillo percibido de la estrella y el área de los discos, de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$\Delta F = \frac{F_{\text{No tránsito}} - F_{\text{tránsito}}}{F_{\text{No tránsito}}} = \frac{\pi R_p^2}{\pi R_*^2} \quad (1.1)$$

donde ΔF es el cambio del flujo de la estrella, $F_{\text{No tránsito}}$ es el flujo de la estrella antes de que el tránsito ocurra, $F_{\text{tránsito}}$ es el flujo de la estrella durante el tránsito, R_* es el radio de la estrella y R_p es el radio del planeta. Reescribiendo la ecuación

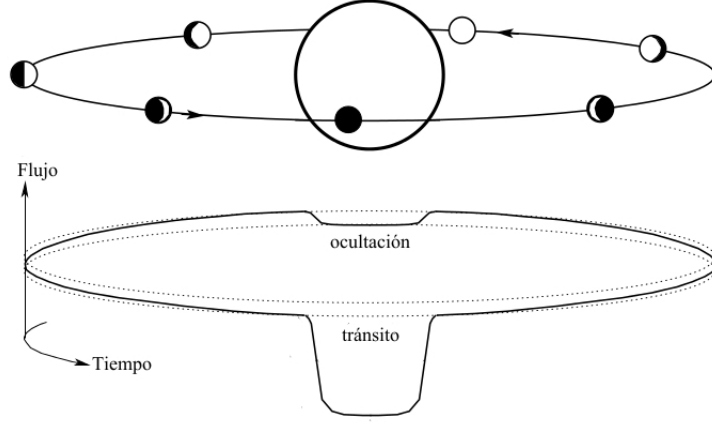


Figura 1.1. Ilustración de un Tránsito Extrasolar. El Flujo de la estrella en función del Tiempo decrece cuando el planeta pasa enfrente del disco de la estrella. Fuente: Tomada de [48].

anterior se obtiene, la relación del flujo:

$$\Delta F = \left(\frac{R_p}{R_*} \right)^2 \quad (1.2)$$

donde ΔF y R_* son variables conocidas, de esta forma se puede determinar el tamaño del planeta. Otra variable de vital interés es el tamaño del semieje mayor de la órbita, para determinarlo es necesario partir de la tercera ley de Kepler, la cual establece que:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{G(M_* + m_p)} \quad (1.3)$$

donde T es el periodo orbital del planeta, M_* es la masa de la estrella, m_p es la masa del planeta, G es la constante universal gravitacional y a es el semieje mayor de la órbita, dado que $M_* \gg m_p$ y resolviendo para a , se tiene la siguiente aproximación:

$$a = \sqrt[3]{\frac{T^2 G M_*}{4\pi^2}} \quad (1.4)$$

Sin embargo, en la mayoría de los casos la órbita del planeta se encuentra inclinada respecto al plano del observador, además debido al movimiento orbital del planeta este presentará una velocidad angular ω . Por lo que es necesario incorporar dichas variables al modelo, en términos de variables conocidas. Como se muestra en la Figura 1.2.

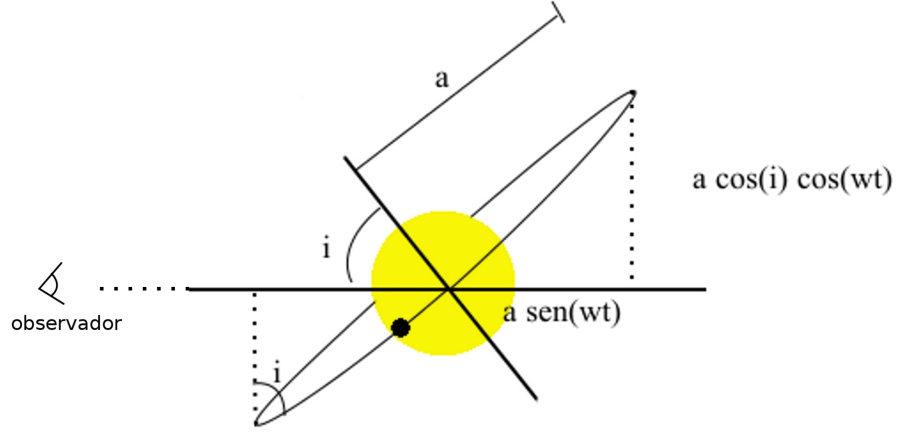


Figura 1.2. Inclínación orbital del planeta. Fuente: Elaboracion Propia.

En la figura anterior se muestra la inclinación orbital del planeta, donde i es el ángulo de inclinación de la órbita respecto al plano del observador, el producto $a \sen(\omega t)$ sirve para determinar la proyección de la órbita sobre el plano del observador tomando en cuenta el movimiento orbital del planeta al igual que el producto $a \cos(i) \cos(\omega t)$ determina la proyección de la orbita perpendicular al plano del observador.

Analizando la geometría del problema de acuerdo a la Figura 1.3 se puede establecer la siguiente relación usando teorema de pitagoras:

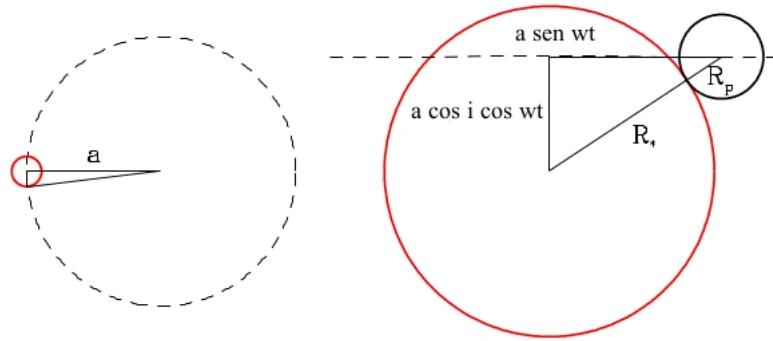


Figura 1.3. Duración del tránsito. La duración del tránsito es solo una porción de la órbita total (izquierda) para cuando una porción del planeta eclipsa el disco estelar (derecha). Fuente: Tomada de [41].

$$(R_* + R_p)^2 = a^2 \sen^2(\omega t) + a^2 \cos^2(i) \cos^2(\omega t) \quad (1.5)$$

$$(1 + R_p/R_*)^2 = (a/R_*)^2 \text{sen}^2(\omega t) + (a/R_*)^2 \cos^2(i) \cos^2(\omega t) \quad (1.6)$$

donde todo el término de la derecha se le conoce como el parámetro de impacto temporal que se define con la letra z .

$$z^2 = \left(\frac{a}{R_*} \right)^2 [\text{sen}^2(\omega t) + \cos^2(i) \cos^2(\omega t)] \quad (1.7)$$

$$z = \left(\frac{a}{R_*} \right) [\text{sen}^2(\omega t) + \cos^2(i) \cos^2(\omega t)]^{1/2} \quad (1.8)$$

pero dado que $\omega = 2\pi/T$ y $t = t_t/2$ para el tránsito medio, donde t_t es el tiempo total del tránsito, se puede definir un parámetro llamado parámetro de impacto medio b . Este parámetro mide que tan cerca está el centro del disco del planeta al centro del disco de la estrella y está dado por la siguiente relación:

$$b = \frac{a}{R_*} \cos(i) \quad (1.9)$$

Retomando la ecc. [1.6] y sustituyendo la ecc. [1.2] se obtiene:

$$(1 + \sqrt{\Delta F})^2 = (a/R_*)^2 \text{sen}^2(\pi t_T/T) + b^2 \cos^2(\pi t_T/T) \quad (1.10)$$

$$(1 + \sqrt{\Delta F})^2 - b^2 \cos^2(\pi t_T/T) = (a/R_*)^2 \text{sen}^2(\pi t_T/T) \quad (1.11)$$

de la misma forma, cuando el disco del planeta se encuentra eclipsando el disco de la estrella se puede establecer la siguiente relación

$$(1 - \sqrt{\Delta F})^2 - b^2 \cos^2(\pi t_f/T) = (a/R_*)^2 \text{sen}^2(\pi t_f/T) \quad (1.12)$$

donde t_f es el tiempo que le toma al disco del planeta atravesar el disco de la estrella. Dividiendo las dos ecuaciones anteriores se obtiene

$$\frac{\text{sen}^2(\pi t_T/T)}{\text{sen}^2(\pi t_f/T)} = \frac{(1 + \sqrt{\Delta F})^2 - b^2 \cos^2(\pi t_T/T)}{(1 - \sqrt{\Delta F})^2 - b^2 \cos^2(\pi t_f/T)} \quad (1.13)$$

la cual mediante un poco de manipulación algebraica y haciendo uso de identidades trigonométricas se puede escribir como:

$$b = \left\{ \frac{(1 - \sqrt{\Delta F})^2 - (1 + \sqrt{\Delta F})^2 (\text{sen}(\pi t_f/T) / \text{sen}(\pi t_T/T))^2}{1 - (\text{sen}(\pi t_f/T) / \text{sen}(\pi t_T/T))^2} \right\}^{1/2} \quad (1.14)$$

ahora que se tiene b en términos de variables que se pueden medir durante el tránsito, se puede determinar el ángulo i que corresponde a la inclinación de la órbita, usando la Ecc. [1.9]:

$$i = \cos^{-1} \left(b \frac{a}{R_*} \right) \quad (1.15)$$

1.2. Función de ajuste sin oscurecimiento en la frontera

1.2.1. Desarrollo

Una estrella tiene una superficie esférica, razón por la cual el borde más distante del centro presenta un oscurecimiento, a esta parte se le llama limbo estelar. Para simplificar un poco el modelo se considera que el disco de la estrella brilla en un plano de manera uniforme y que el planeta no refleja la luz proveniente de la estrella. Conforme el planeta cruza por delante de la estrella el área eclipsada por el mismo varia en función del tiempo, por lo que es necesario encontrar un modelo que tome en cuenta esta variación.

En la Figura 1.4, k_o y k_1 son los ángulos que se forman entre el radio del planeta y el radio de la estrella con el parámetro de impacto temporal respectivamente, y el producto zR_* es la distancia del centro del disco de la estrella al centro del disco del planeta:

$$zR_* = a[\text{sen}^2 \omega t + \cos^2 i \cos^2 \omega t]^{1/2} \quad (1.16)$$

También en la figura 1.5 se tienen z_p y z_* que son variables auxiliares y finalmente h es la altura de ambos triángulos. Aplicando la ley de cosenos se puede obtener la siguiente relación

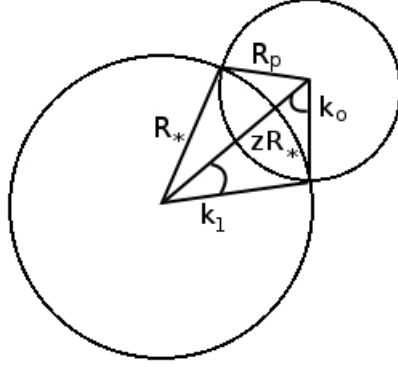


Figura 1.4. Geometría del Tránsito. En la figura se muestran los discos de la estrella y el planeta interceptados. Fuente: Elaboración Propia.

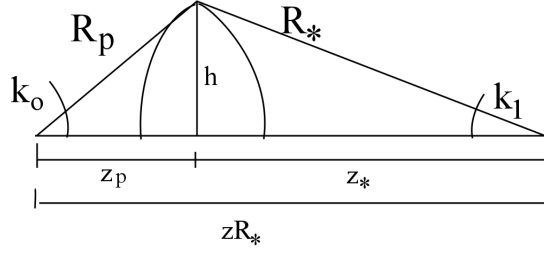


Figura 1.5. Simplificación de los discos interceptados. El problema se puede simplificar como dos círculos intersectados. Fuente: Elaboración Propia.

$$R_*^2 = R_p^2 + a^2 \{ \sin^2 \omega t + \cos^2 i \cos^2 \omega t \} - 2R_p a \{ \sin^2 \omega t + \cos^2 i \cos^2 \omega t \}^{1/2} \cos k_o \quad (1.17)$$

si se define P como la relación entre los radios

$$P = \frac{R_p}{R_*} \quad (1.18)$$

la Ecc. 1.17 se puede reescribir como:

$$1 = P^2 + z^2 - 2Pz \cos k_o \quad (1.19)$$

resolviendo para k_o se obtiene:

$$k_o = \cos^{-1} \left(\frac{P^2 + z^2 - 1}{2Pz} \right) \quad (1.20)$$

de manera similar resolviendo para k_1 se obtiene:

$$k_1 = \cos^{-1} \left(\frac{1 - P^2 + z^2}{2z} \right) \quad (1.21)$$

Para encontrar el área eclipsada es necesario sumar el área de los dos segmentos de círculo, (el de la estrella y el del planeta) y restar el área de los triángulos que se forman, esto debido a que los segmentos de círculos se sobreponen y la intersección de los mismos forma la elipse, al restarle el área de los triángulos solamente queda el área sobrepuesta, es decir, el área de la elipse (ver Fig. 1.5).

El área del segmento circular de la estrella se determina de la siguiente manera:

$$A_* = 2k_1 \frac{R_*^2}{2} \quad (1.22)$$

de forma similar se determina para el planeta:

$$A_p = 2k_o \frac{R_p^2}{2} \quad (1.23)$$

para determinar el área de los triángulos es necesario encontrar primero las siguientes relaciones:

$$h = R_* \sin k_1 \quad (1.24)$$

$$z_* = R_* \cos k_1 \quad (1.25)$$

$$z_p = zR_* - z_* = zR_* - R_* \cos k_1 \quad (1.26)$$

entonces, el área del triángulo de la estrella queda:

$$A_{T*} = 2 \times \frac{1}{2} h z_* = R_*^2 \sin k_1 \cos k_1 \quad (1.27)$$

análogamente el área del triángulo del planeta queda:

$$A_{Tp} = 2 \times \frac{1}{2} h z_p = z R_*^2 \sin k_1 - R_*^2 \sin k_1 \cos k_1 \quad (1.28)$$

por lo que el área de la elipse es

$$A_{elipse} = R_*^2 k_1 + R_p^2 k_o - z R_*^2 \sin k_1 \quad (1.29)$$

Ahora definiendo el flujo normalizado percibido de la estrella como:

$$F^e(P, z) = 1 - \lambda^e(P, z) \quad (1.30)$$

donde $\lambda^e(P, z)$ es la variación del flujo cuando el tránsito ocurre, este se puede definir como:

$$\lambda^e(P, z) = \frac{1}{\pi R_*^2} (R_p^2 k_o + R_*^2 k_1 - R_*^2 z \text{sen} k_1) \quad (1.31)$$

usando la identidad $\text{sen} k_1 = \sqrt{1 - \cos^2 k_1}$, se puede reescribir como:

$$\lambda^e(P, z) = \frac{1}{\pi R_*^2} (R_p^2 k_o + R_*^2 k_1 - R_*^2 z \sqrt{1 - \cos^2 k_1}) \quad (1.32)$$

sustituyendo el $\cos k_1$

$$\lambda^e(P, z) = \frac{1}{\pi R_*^2} \left(R_p^2 k_o + R_*^2 k_1 - R_*^2 z \sqrt{1 - \frac{(1 + z^2 - P^2)^2}{4z^2}} \right) \quad (1.33)$$

finalmente reescribiendo en términos de P y factorizando z :

$$\lambda^e(P, z) = \frac{1}{\pi} \left(P^2 k_o + k_1 - \sqrt{\frac{4z^2 - (1 + z^2 - P^2)^2}{4}} \right) \quad (1.34)$$

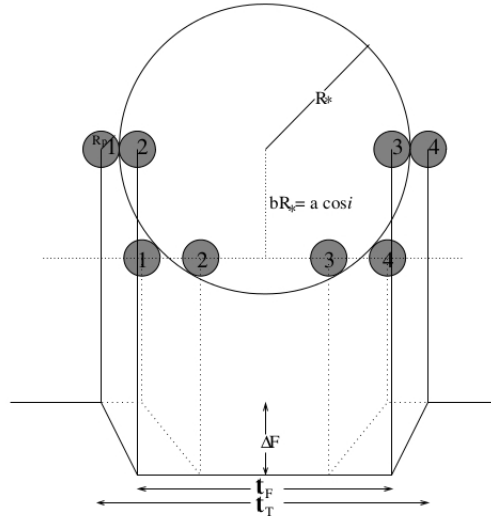


Figura 1.6. Variables observables durante un tránsito. Fuente: Tomada de [42].

La ecuación anterior describe el momento en el que el planeta ingresa y sale del disco de la estrella, es decir solo describe la secuencia de pasos de ingreso (pasos

1 y 2) y egreso (pasos 3 y 4) del tránsito de acuerdo a la Figura 1.6, por lo tanto es necesario definir esta función por partes para que pueda describir todo el tránsito del planeta. Cuando se considera que el planeta ya está completamente dentro del disco de la estrella basta con considerar la [Ecc. 1.2], y para el resto del tránsito la función tiene que tomar un valor de 0 dado que el planeta ya salió del disco de la estrella.

$$\lambda^e(P, z) = \begin{cases} 0 & 1 + P < z & \text{No Tránsito} \\ \frac{1}{\pi} \left(P^2 k_o + k_1 - \sqrt{\frac{4z^2 - (1+z^2 - P^2)^2}{4}} \right) & |1 - P| < z \leq 1 + P & \text{Ingreso/Egreso} \\ P^2 & z \geq 1 - P & \text{Tránsito} \end{cases} \quad (1.35)$$

1.2.2. Graficando el modelo

Tal como se describió anteriormente al principio de la sección 1.2, en esta deducción se asumió que tanto la estrella como el planeta son discos, y se despreció el efecto de limbo estelar, el cual es el responsable que la curva de luz presente una curva suavizada durante el ingreso y el egreso del tránsito, parecida a la letra U al momento de ocurrir el tránsito, tal como se puede observar en la parte izquierda de la Figura 1.7. Como se ha mencionado, el hecho que no se considere el limbo produce bordes menos suavizados al momento del ingreso y egreso del objeto tal como se puede observar en la derecha de la Figura 1.7. La Tabla 1.1 muestra los valores necesarios para graficar el modelo.

Tabla 1.1. Parámetros de Planetas Extrasolares. Fuente: www.exoplanet.eu

Parámetros	Kepler 5b
Período Orbital ¹ (días)	3.54846 ± 0.000032
Radio Planeta ² (R_J)	1.431 ± 0.048
Radio Estrella ² ($R_\odot$)	1.793 ± 0.053
Inclinación ² (Deg)	86.3 ± 0.6
Semi Eje Mayor ² (Au)	0.05064 ± 0.0007

¹William J. Borucki *et al.* 2010

²Lopez E. *et al.* 2014

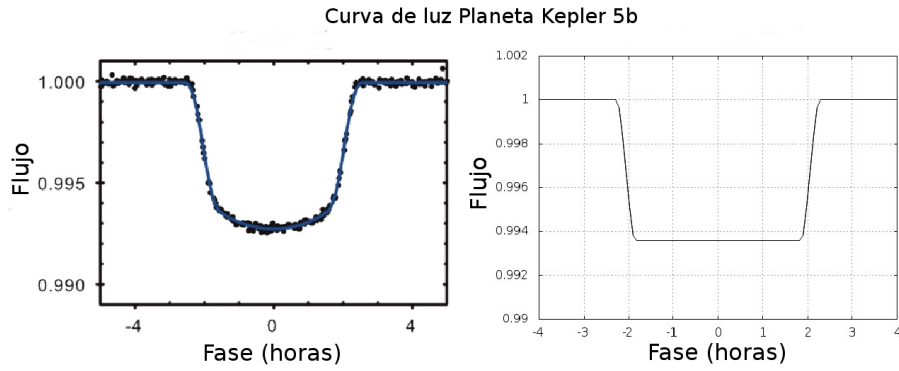


Figura 1.7. En el panel de la izquierda se puede observar la curva de luz experimental del planeta Kepler 5b, donde se puede apreciar el efecto debido al limbo estelar que suaviza la curva en el ingreso y egreso del planeta durante el tránsito. En el panel de la derecha se puede observar una simulación de la curva de luz del mismo planeta, sin considerar el efecto de limbo. Nótese los cambios bruscos que se producen durante el ingreso y el egreso del planeta. Fuente: Elaboración Propia.

2. DATOS OBSERVACIONALES

Los datos utilizados para este trabajo de graduación fueron extraídos del archivo de datos del Satélite Kepler. Los detalles técnicos de la sonda se encuentran publicados en numerosos artículos y se pueden consultar en: Borucki et al. (2010)[46], Koch et al. (2010)[18], y Haas et al. (2010) [11]. A continuación se describe, brevemente los detalles de la sonda espacial Kepler, con especial énfasis en la recolección de datos y el proceso de calibración de los mismos.

2.1. Telescopio espacial Kepler

La sonda Kepler debe su nombre al astrónomo y matemático Johannes Kepler (1571-1630), quien fue la primera persona en sugerir la posibilidad de que existieran los tránsitos planetarios, prediciéndolos con éxito. El telescopio espacial Kepler fue lanzado desde la estación de la fuerza aérea de Cabo Cañaveral en Florida, Estados Unidos, el 6 de marzo de 2009, abordo del cohete Delta II.

En la Figura 2.1 se muestra una imagen de la sonda espacial Kepler. La misma muestra los componentes principales de la sonda: el panel solar, el cual produce la energía para alimentar los instrumentos de navegación; 4 giroscopios que utiliza como sistema de estabilización; un fotómetro; una cámara CCD (*charge coupled device*); entre otros componentes. El telescopio toma imágenes de una región determinada del espacio, las cuales son utilizadas para aplicar el método de tránsitos extrasolares descrito en el Capítulo 1. La misión Kepler fue diseñada con los siguientes objetivos [33]:

1. Determinar la frecuencia de planetas parecidos en tamaño a la Tierra, que se encontrarían orbitando en la zona habitable de una gran variedad de estrellas con diferentes tipos espectrales.
2. Determinar la distribución de tamaños y semi-eje mayor orbital de estos planetas.

3. Estimar la frecuencia de planetas y distribución orbital en múltiples sistemas estelares.
4. Determinar las distribuciones de semi-eje mayor, albedo, tamaño, masa y densidad de planetas gigantes con períodos orbitales cortos.
5. Identificar miembros adicionales de cada sistema planetario descubierto fotométricamente usando técnicas complementarias.
6. Determinar las propiedades de estas estrellas que albergan sistemas planetarios.

Kepler se encuentra situado en una órbita elíptica en la cual le toma 372.5 días completar una vuelta alrededor del Sol, a esta órbita se le conoce como órbita solar. Se consideró esa distancia por ser la óptima para mantener las comunicaciones con la Tierra y las empresas LAST y Ball Aerospace & Technologies Corp. quien fue la responsable de su construcción. También estas empresas son las encargadas de controlar la nave desde el centro de investigación de la Universidad de Colorado en Estados Unidos.



Figura 2.1. Ilustración del Telescopio Espacial Kepler donde se muestran algunos de sus componentes. Fuente: Tomada de [7].

Kepler observa la zona del cielo denominada Cygnus-Lyra, ubicada un área del plano galáctico la cual se muestra en la Figura 2.2, donde se pueden observar más de 100,000 estrellas de forma simultánea. La función de Kepler es detectar cambios periódicos (durante días, meses o años) en el brillo de las estrellas y que por lo tanto, indiquen que un planeta está orbitando en torno a la estrella en cuestión. Para ello utiliza un fotómetro sensible tipo Schmidt de 0.95 m de apertura y un espejo primario de 1.4 metros. En la Figura 2.3 se muestra una imagen de la cámara CCD que se encuentra instalada abordo de la sonda. La cámara posee un campo de visión de 115 grados cuadrados y ofrece una resolución de 95 millones de píxeles [46], esta es la cámara digital más precisa y sofisticada construida a la fecha y puesta abordo de un telescopio espacial.

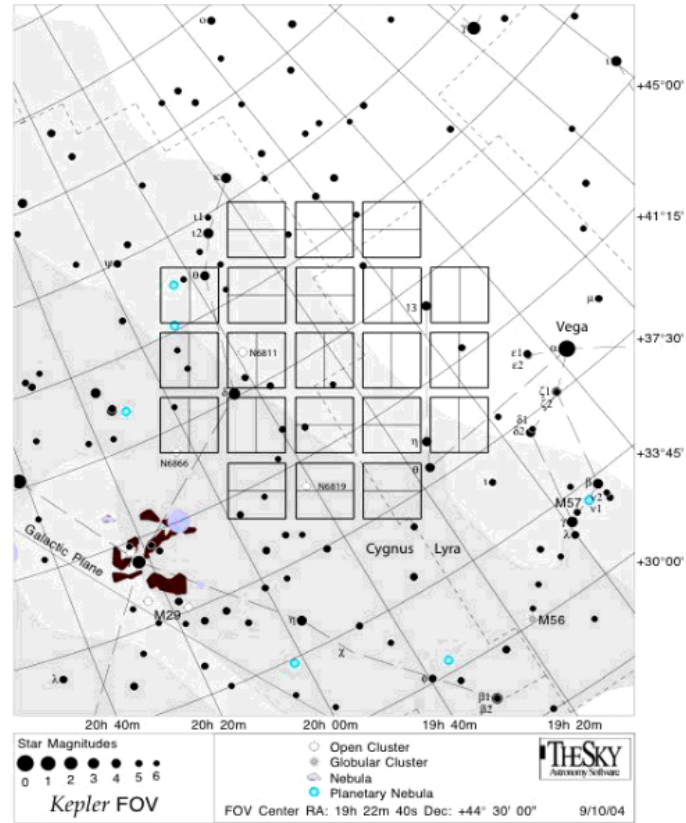


Figura 2.2. Campo de Visión de la Sonda Kepler. Fuente: Tomada de [5].



Figura 2.3. El plano focal consiste de un arreglo de 42 ccds. Cada una es de 2.8 por 3.0 cm con 1024 x 1100 píxeles. Todo el plano focal contiene 95 Mega píxeles. Fuente: Tomada de [39].

La duración prevista de la misión fue de 3.5 años. Se esperaba que la finalización de su misión, fuera inicialmente a finales de 2012 pero posteriormente se amplió al 2016 puesto que se detectó más ruido del esperado en los datos y por lo tanto la cámara no había alcanzado la sensibilidad requerida, por lo que se hizo necesario más tiempo para cumplir todos los objetivos de la misión. Desgraciadamente uno de los giroscopios del mecanismo de estabilización de la sonda, se estropeó en el 14 de julio del 2012. Para el buen funcionamiento del equipo es necesario que al menos tres de los cuatro giroscopios funcionen, sin embargo el 15 de mayo del 2013 falló el segundo de ellos. Durante los meses siguientes se intentó recuperar al menos uno de los dos giroscopios dañados, pero finalmente el 15 de agosto de ese mismo año la NASA informó que cesaban los esfuerzos de reparación y que se estaban considerando nuevas misiones, en las condiciones actuales del telescopio tales como K2, la cual es la segunda fase de Kepler [12]. Esta consiste en utilizar el viento solar como un tercer giroscopio para controlar el sistema de apuntado de la sonda, de tal forma que la sonda pueda seguir tomando datos desde una trayectoria que va a lo largo de su plano orbital, tal como se muestra en la Figura 2.4.

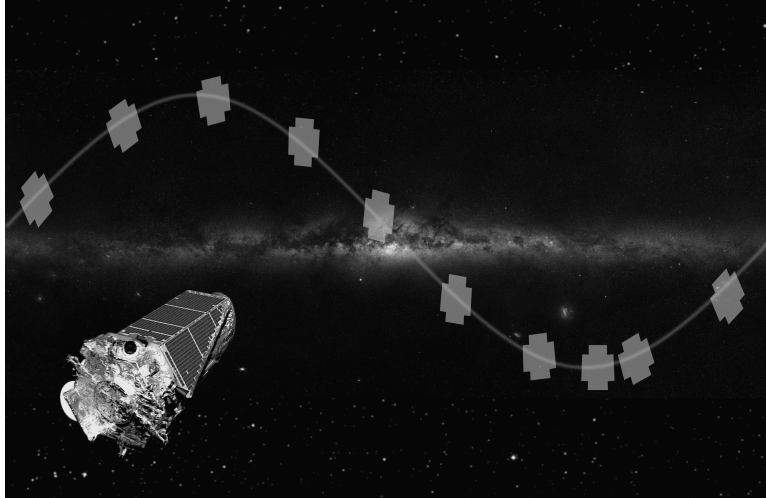


Figura 2.4. Campo de Visión de la misión K2. Fuente: Tomada de [38].

2.1.1. Secuencia de adquisición de datos

La Sonda Kepler toma dos tipos de datos: (1) Datos de Cadencia Larga, técnica que consiste en tomar imágenes cada 29.4 minutos con 270 exposiciones, esta incluye todos los objetivos planetarios en los que se buscará señales de tránsitos planetarios; y (2) 512 objetivos de Cadencia Corta, tomados cada 58.85 segundos, estos servirán para la calibración de los datos más adelante [17].

Las observaciones de Kepler son clasificadas en intervalos de tres meses. Al completar un mes de observación los datos son descargados desde la sonda a través de la red del espacio profundo (*Deep Space Network*, DSN¹) por sus siglas en inglés. El centro de operaciones de la misión ubicado en el Laboratorio de Física Atmosférica y Espacial² en Colorado, Estados Unidos, recibe la información y los paquetes de telemetría los cuales son agrupados en archivos dependiendo del tipo de información que estos contengan. Luego la información se envía al centro de manejo de datos ubicado en el Instituto de Ciencias del Telescopio Espacial³ localizado en el campus de la Universidad de Johns Hopkins, el cual es operado por la Asociación de Universidades para la Investigación Astronómica (AURA), donde se archivan. La información es descomprimida, y ordenada por cadencia (larga o corta) y por tipo pixel (objetivo, fondo o colateral) y luego convertida a un formato de archivos llamado Fits (*Flexible Image Transport System*). Posteriormente los datos

¹<http://deepspace.jpl.nasa.gov/>

²<http://lasp.colorado.edu/home/>

³<http://www.stsci.edu/institute/>

son enviados al Centro Operacional de Ciencia en la NASA Ames⁴ ubicado en San Francisco, California, donde se realizan los detalles de calibración y se producen los archivos de curvas de luz y pixel objeto, finalmente los datos regresan al centro de manejo de datos para su archivado. El tiempo que dura el proceso desde que los datos son descargados, hasta su fase final de archivado es de 4 meses. Para determinado objetivo los usuarios pueden acceder a los datos en crudo o calibrados en el archivo pixel objetivo o a los valores del flujo en los archivos de la curva de luz [13].

La línea de procesamiento de datos se divide en varios componentes tal como se muestra en la Figura 2.5, para permitir un manejo eficiente y paralelo del procesamiento de los datos. Los datos crudos son calibrados por el Módulo de Calibración (CAL) para producir objetivos y fondos calibrados y sus respectivas incertezas. Los píxeles calibrados son procesados por el Análisis Fotométrico (PA) para ajustar y remover el fondo del cielo y poder extraer simple fotometría de los píxeles calibrados. El paso final es producir curvas de luz en el modulo de Información de Preinvestigación Condicionada (PDC) donde las lecturas en las curvas de luz son corregidas por errores sistemáticos de la fuente tales como: desvío en el apuntado, cambios en el foco y cambios de temperatura del satélite. El producto final contiene tanto los datos crudos como los calibrados con sus respectivas incertezas para cada estrella [17].

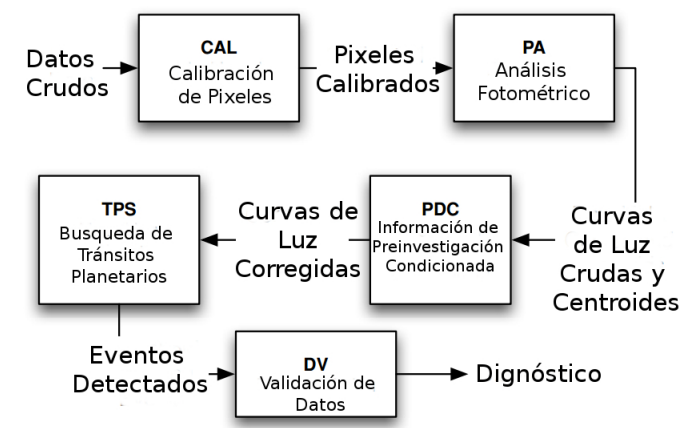


Figura 2.5. Diagrama de la línea de procesamiento de datos para el Centro Operacional de Ciencias. Fuente: Tomada de [17].

La documentación detallada de este proceso se encuentra disponible en línea,

⁴<https://www.nasa.gov/centers/ames/home/>

en la página principal de archivos ⁵, la cual provee los enlaces de un tutorial de MAST⁶ (*Mikulski Archive for Space Telescopes*) y una introducción a MAST.

2.1.1.1. Proceso de calibración de datos

La secuencia de calibración de los datos y de las incertezas asociadas a los mismos es la siguiente: (1) Se retira el ruido provocado por el voltaje de polarización de la CCD; (2) Luego se aplica la ganancia y las correcciones no lineales; (3) Se retiran los eventos de rayos cósmicos; (4) Se retira la señal provocada por la corriente oscura para cada canal de la CCD; (5) Finalmente se aplica un corrector de campo plano conocido como *Flat-Field* en inglés [17]. Este último, consiste remover las variaciones de sensibilidad que existen entre píxel y píxel en el arreglo de la CCD, los efectos producidos por partículas de polvo y las rayaduras en la ventana de la CCD. Las imágenes de campos planos se obtienen al fotografiar fuera de foco una pantalla iluminada de manera uniforme en el caso de los telescopios espaciales o bien fotografiando el cielo justo antes del amanecer o atardecer en el caso de los telescopios en tierra. [3].

2.1.2. Nomenclatura de los archivos

Muchos tipos de datos son archivados para Kepler, y para evitar confusión en los nombres de los archivos, se utiliza una sintaxis estándar. Los nombres de los archivos de Kepler tienen 3 componentes [5], los cuales se muestran en la Tabla 2.1:

- Nombre Raíz: Usualmente una fecha, para algunos archivos el nombre raíz contiene otros identificadores como el número de identificación de Kepler (KepID) o el número de modulo/salida (mod/out). El nombre raíz empieza con la palabra "kplr" seguida de la fecha de la forma (aaaaddhhmmss), donde aaaa se refiere al año, ddd al día del año, hh la hora de inicio, mm el minuto de inicio y ss el segundo de inicio. Si el KepID o el mod/out se encuentra presente en el nombre raíz, este precede a la fecha e.g. (*kplr < kepler_id > < tiempo_de_inicio >*).
- Sufijo: El sufijo indica el tipo de dato en el archivo junto con el conjunto de datos (cadencia corta, curva de luz, píxel objeto, fondo, etc.).

⁵ <http://archive.stsci.edu>

⁶ <http://archive.stsci.edu/kepler/>

- Extensión: La extensión indica el formato de los datos contenidos en el archivo (fits o txt).

Estos tres componentes están concatenados como se muestra a continuación en el nombre del archivo. $kplr < nombreraiz > _ < sufijo > . < extension >$

Tabla 2.1. Lista de Nombres de Archivos de Kepler. El Nombre Raíz siempre es de la forma: $<kepler_id> _ <tiempo_de_parada>$. Fuente: Tomada de [5]

Tipo de Datos	Sufijo	Extensión	Ejemplo
Curvas de Luz Calibradas:			
Long Cadence (LC) curvas de luz calibradas	llc	fits	Kplr000757450-2009259160929_ llc.fits
Short Cadence (SC) curvas de luz calibradas	slc	fits	Kplr000757450-2009259160929_ slc.fits
Datos del Pixel Objetivo:			
Long Cadence (LC) Datos del pixel Objetivo	lpd-targ	fits	Kplr000757076-2009131105131_ lpd-targ.fits
Short Cadence (SC) Datos del pixel Objetivo	spd-targ	fits	kplr000757076-2009131105131_ spd-targ.fits
Imagen de Cuadro Completo (FFI):			
FFI Datos Originales	ffi-orig	fits	Kplr000757076-2009131105131_ ffi-orig.fits
FFI Datos Calibrados	ffi-cal	fits	Kplr000757076-2009131105131_ ffi-cal.fits
FFI Incerteza	ffi-uncert	fits	Kplr000757076-2009131105131_ ffi-uncert.fits
Datos Auxiliares:			
Datos de Fondo			
	bkg	fits	Kplr000757076-2009131105131_ bkg.fits
Long Cadence (LC) Datos Colaterales	coll/cols	fits	Kplr000757076-2009131105131_ coll.fits
Short Cadence (SC) Datos Colaterales	cols	fits	Kplr000757076-2009131105131_ cols.fits
Datos de píxeles para Remover Artefactos	arp	fits	Kplr000757076-2009131105131_ arp.fits

Por ejemplo, en el archivo Kplr000757450-2009259160929_ llc.fits, 757450 es el número de identificación de Kepler; 2009 es el año inicial de observación; 259 es el día del año que corresponde al 16 de septiembre; 16 09 29 es la hora a la que se iniciaron las observaciones, especificada por 16 horas, 09 minutos y 29 segundos; finalmente las siglas llc (*Long Light Curve*) significa que es un archivo de curva de luz con cadencia larga.

2.2. Archivos FITS

Los datos científicos de Kepler se encuentran en formato FITS, para cumplir con los estándares de datos astronómicos. Los archivos FITS se componen de tres partes, Encabezado de Información Primaria (*Header Data Unit*, HDU), Tabla Binaria y los píxeles de la imagen tomada por la sonda.

El encabezado de información primaria (HDU) tal como se muestra en el Apéndice A, usa una nomenclatura estandar para definir los campos de las variables que describen los datos, es decir, especifica si los datos son procesados o crudos, la calidad

de los mismos, los modos de observación (cadencia larga, corta, FFI), información del objetivo, etc. El encabezado (HDU) únicamente provee información acerca de las condiciones en las que se tomó la imagen; la Tabla Binaria contiene toda la información fotométrica que se obtuvo a partir de la imagen, intervalos del tiempo, número de cadencia flujos, incertezas; y finalmente en la tercera parte se encuentran los píxeles que conforman la imagen tomada por la sonda [5].

2.2.1. Archivos de curvas de luz

Los archivos de curvas de luz son producidos para cada objeto usando simple fotometría, una curva de luz contiene datos de series de tiempo. Cada punto corresponde a una medida de cadencia larga o corta. Para cada punto hay múltiples valores de flujos con incertezas. El valor NaN (Not a Number) está especificado para cualquier valor ausente.

Cada archivo Fits contiene un encabezado primario, una tabla binaria con la información necesaria para crear la curva de luz y una extensión de apertura.

La tabla binaria de un archivo de curva de luz contiene toda la información relevante de la observación ordenada en filas y columnas[5], tales como: Tiempo (TIME), Tiempo Corregido (TIMECORR), Número de Cadencia (CADENCENO), Flujo Fotométrico Crudo de los Objetivos (SAP_FLUX) con incertezas (SAP_FLUX_ERR), Flujo Fotométrico del Fondo (SAP_BKG) con incertezas (SAP_BKG_ERR), Flujo Calibrado (PDCSAP_FLUX) con sus respectivas incertezas (PDCSAP_FLUX_ERR), Calidad de los Flujos (SAP_QUALITY), Centroides Calculados (PSF_CENTR1) con su incerteza (PSF_CENTR1_ERR) y Centroides Calculados para ciertas estrellas (PSF_CENTR2) con su incerteza (PSF_CENTR2_ERR). Las columnas de interés para este trabajo de graduación son únicamente el tiempo, el tiempo corregido y el flujo calibrado con sus respectivas incertezas.

La columna del tiempo contiene el tiempo respecto al baricentro (centro de masa de un sistema) de la sonda con el Sol en días julianos (*Barycenter Kepler Julian Day*, BKJD). El día juliano del baricentro de Kepler es el día juliano menos 2454833.0 (UTC=Enero 1, 2009, 12:00:00) y corregida para ser el tiempo de llegada en el día juliano del baricentro del Sistema Solar (*Barycenter Julian Day*, BJD). Esta columna puede ser convertida a BJD usando la siguiente ecuación para cada

una de las filas i [5]:

$$BJD[i] = TIME[i] + 2454833.000000000 \quad (2.1)$$

La columna del tiempo corregido permite convertir el tiempo a tiempo no bari-centrico, para convertir la columna del tiempo a días julianos se utiliza la siguiente ecuación:

$$JD[i] = BJD[i] - TIMECORR[i] + \frac{(0.25 + 0.62(5 - TIMSLICE))}{86400} \quad (2.2)$$

donde TIMSLICE es la lectura de la secuencia del intervalo de tiempo, la cual se encuentra especificada en el encabezado del archivo FITS.

2.2.2. Manejo de archivos fits

Se elaboró una rutina para acceder a la tabla binaria dentro del archivo FITS, utilizando un programa escrito en `python` con ayuda de la librería de `astropy`, la cual posee las herramientas necesarias para analizar datos astronómicos. Existen programas elaborados exclusivamente para el análisis de los datos de la sonda Kepler, pero, para este trabajo de graduación, se decidió desarrollar una rutina propia, con el fin de aprender a reducir, interpretar y manipular los datos crudos tomados por la sonda. Dicha rutina funciona de la siguiente manera: primero abre un archivo FITS, posteriormente accede a la tabla binaria de donde se extrae la información del Tiempo, Flujo Calibrado e Incerteza del Flujo Calibrado, y finalmente estos datos se exportan a un archivo de texto para que puedan ser procesados tal como se describirá en las secciones siguientes. El código de ésta rutina se incluye en el Apéndice B.1 .

3. AJUSTANDO EL MODELO

Una vez extraídos los datos de los archivos FITS usando la rutina descrita en el capítulo anterior, es necesario preparar los datos antes de realizar el ajuste del modelo para determinar las características del planeta. A continuación se describe como funciona la rutina elaborada en este trabajo de graduación.

3.1. Filtro de NaN

En algunas ocasiones, ocurre que la sonda no puede realizar una toma de datos o bien al hacer las correcciones de los errores sistemáticos descritos anteriormente, se han retirado intencionalmente ciertos valores en el flujo calibrado. Cuando esto sucede el valor numerico del campo en el archivo FITS es reemplazado por las siglas en inglés NaN (*Not a Number*) ya que se trata de datos ausentes. Debido a que NaN no es un valor numérico es necesario retirarlo de los datos para que no interfiera al momento de realizar los cálculos, esto se realizó mediante un filtro elaborado en `python`.

La rutina para retirar los NaNs de los archivos se encuentra disponible en el Apéndice B.2, esta funciona abriendo primero el archivo de texto, en la columna del archivo el cual contiene la información extraída por el programa mencionado en el Capítulo 2. Posteriormente el programa lee línea por línea dentro de la primera columna buscando la palabra NaN, una vez encuentra una línea que contenga esa palabra, la elimina y pasa a la siguiente. Cuando ha finalizado la lectura de todas las líneas de esa columna pasa a la siguiente columna y se repite el ciclo hasta finalizar con todas las líneas de todas las columnas. Durante este proceso se retira aproximadamente el 0.05 % de la información contenida en el archivo. A pesar de esto la muestra de datos no se ve afectada de manera significativa.

3.2. Período del planeta

Si hay un planeta orbitando alrededor de la estrella observada, se espera que esta presente cambios periódicos en su brillo, correspondientes al período orbital del planeta, tal como se muestra en la Figura 3.1.

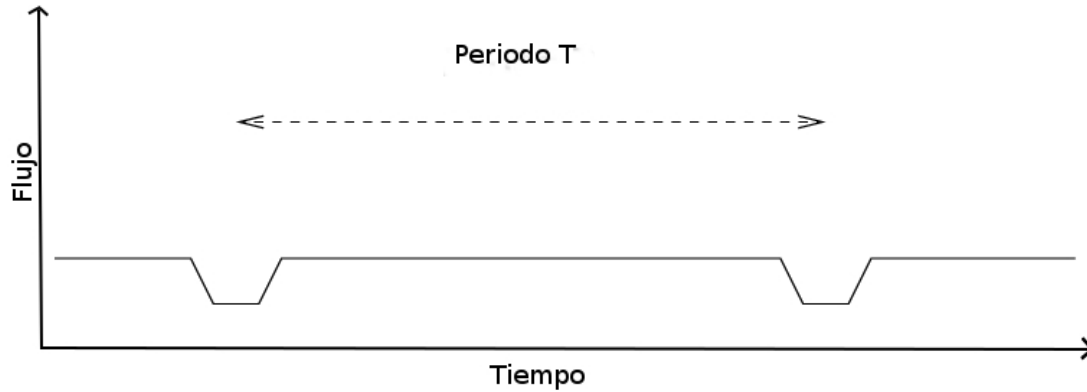


Figura 3.1. El tiempo transcurrido entre cada tránsito se llama período. Fuente: Elaboración Propia.

Este se determina midiendo cada cuanto ocurre un tránsito, a partir de las gráficas obtenidas utilizando el programa de extracción de datos de los FITS en el Capítulo 2. Sin embargo estas variaciones no siempre se pueden observar, debido a la geometría orbital del planeta. Cuando el ángulo de inclinación de la órbita es de 90° se le llama *face on*, en este caso no se puede observar el tránsito; cuando el ángulo es de 0° se le llama *Edge on*, en esta configuración se puede observar completamente el tránsito, tal como se muestra en la Figura 3.2.

3.3. Determinación de la fase

Si el movimiento del planeta es periódico, sus variaciones dependerán únicamente de en qué punto de la órbita se encuentre. La fase es un número adimensional que parametriza en fracciones de ciclo el movimiento periódico de un cuerpo, es decir cuando la fase tiene un valor de 1 se ha completado un ciclo y al comenzar un ciclo la fase de este es cero.

Para determinar la fase es necesario fijar una fecha de inicio llamada usualmente como época de inicio t_o y determinar la diferencia que hay entre la fecha de inicio y

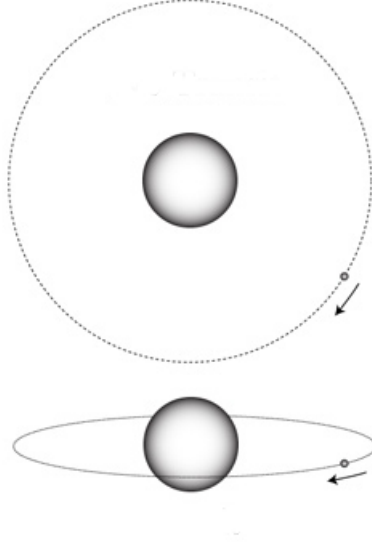


Figura 3.2. En la parte superior se muestra el caso *face on*, en la parte inferior se muestra la configuración *edge on*. Fuente: Elaboración Propia.

la fecha en la que se tomo el dato t .

$$\phi = t - t_o \quad (3.1)$$

En esta ecuación se muestra la fase en unidades de tiempo, donde el tiempo es necesario expresarlo en días Julianos. Para obtener la fase en fracciones de ciclo, simplemente se divide el valor anterior por la duración de un período T , como se muestra a continuación:

$$\phi = \frac{t - t_o}{T} \quad (3.2)$$

El código del programa que se elaboró se encuentra en el Apéndice B.3. Básicamente este primero transforma los días del baricentro solar de la sonda a días julianos, posteriormente la rutina selecciona como época de inicio 2454833 JD, la cual corresponde a la fecha de enero 1, 2009 12:00:00 y posteriormente determina la fase para cada dato del tiempo.

3.4. Normalización de datos

Debido a que se desea comparar la curva de luz de una estrella, es más fácil trabajar con los datos normalizados del flujo, de esta forma el brillo máximo de la estrella cuando no hay tránsito, posee un valor de 1, es decir que se percibe el

100 % del brillo de la estrella. Cuando ocurra el tránsito habrá un decaimiento de la magnitud en términos del porcentaje del brillo de la misma, por lo que el brillo normalizado tendrá un valor entre 0 y 1. Normalizar los datos consiste en tomar cada dato de magnitud y dividirlo dentro de la magnitud máxima de la estrella.

El hecho que la curva de luz presenta variaciones instrumentales en el flujo, sugiere que el brillo percibido puede cambiar aleatoriamente. Además, la estrella puede poseer variaciones intrínsecas por lo que el promedio estadístico estará sesgado hacia las variaciones que sufra el flujo. Una solución bastante común en este tipo de situaciones es utilizar una técnica numérica para suavizar la serie de datos y remover este sesgo instrumental, es calcular la llamada *running mean* y posteriormente normalizar el brillo de la estrella.

3.4.1. Cálculo de la *running mean*

Este método consiste en dividir los datos en bloques y determinar el promedio de cada bloque, después en la siguiente iteración se ignora el primer dato pero se incluye el que le sigue al último de la nueva serie que se tomó y se vuelve a calcular el promedio, y así sucesivamente. Al número de datos con el que se calcula la *running mean* se le llama ancho de ventana de datos. El ancho de la ventana dependerá de que tanta suavidad se le desee dar a la curva, o bien, de la sensibilidad que se necesite en el estudio para remover el sesgo instrumental. Por ejemplo, si se tienen los siguientes números de la serie: 1,2,1,3,4 y se desea determinar la *running mean* con un ancho de ventana de 3 datos entonces, se toman los primeros 3 números (1,2,1) y se determina el promedio: 1.33, luego se toman los siguientes 3 datos desde el segundo (2,1,3) y se determina nuevamente su promedio: 2, luego se toman los siguientes 3 datos desde el tercero (1,3,4) y así sucesivamente hasta finalizar con todos los datos, en el caso que se llegue al final de los datos y ya no es posible iniciar una nueva serie, el promedio es el mismo para los últimos datos. Retomando el ejemplo anterior los últimos datos son (3,4) por lo que ya no es posible tomar una nueva serie con solo estos números dado que haría falta un dato más, el promedio para estos es el mismo que la serie anterior de (1,3,4).

La selección del tamaño del ancho de ventana dependerá propiamente de los intereses del investigador, del tipo de estudio a realizarse o de la periodicidad de los eventos de estudio. Por ejemplo, en la Figura 3.3 se muestra como un ancho de ventana pequeño devuelve una curva bastante sensible a los cambios a corto plazo

que se presentan en los datos, mientras que un ancho de ventana grande, es una curva más suavizada pero con menos sensibilidad a los cambios de período que se presentan en los datos.

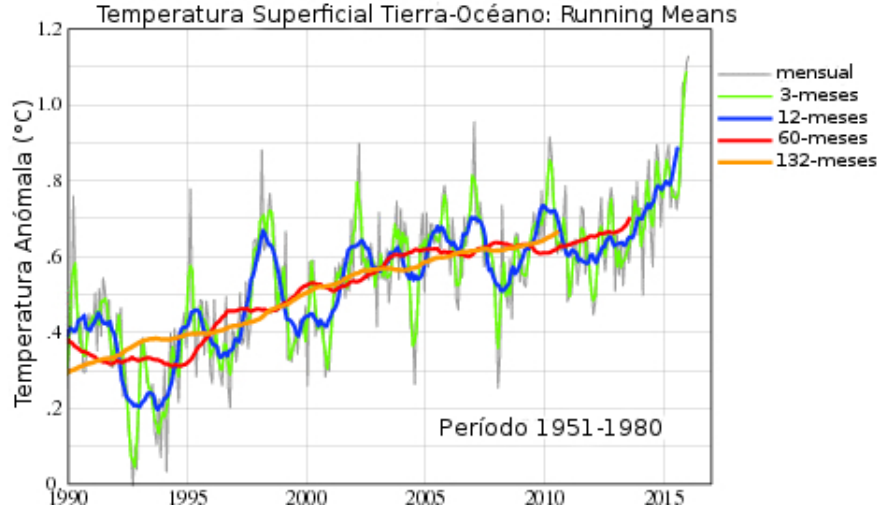


Figura 3.3. Se muestran las diferencias mensuales de temperatura superficial del Océano desde 1990 a la fecha, donde se hace una comparación de la *running mean* con diferentes anchos de ventana 3, 12, 60 y 132 meses. Fuente: Tomada de [4].

El programa que se escribió para calcular la *running mean* se encuentra en el Apéndice B.4. Esta rutina abre el archivo de texto con la información de la fase y el flujo calibrado, y determina la *running mean* del flujo calibrado según el ancho de ventana, la cual es del mismo tamaño que el período orbital del planeta que se está analizando. Cabe resaltar que en el caso del último bloque el promedio será el mismo para todos los datos de ese bloque. Posteriormente se divide cada dato del flujo dentro del valor de la *running mean* para proceder a normalizar el flujo.

3.5. Ajuste del modelo

Una vez los datos están en fase y normalizados se procede a realizar un ajuste a los datos en base al modelo matemático propuesto en la sección 1.2 del Capítulo 1. Para hacer el ajuste de los datos se utilizó el programa **Gnuplot**¹, el cual utiliza el algoritmo de Lavenberg-Marquardt [31], para estimar el valor del radio del planeta, la inclinación de la órbita. La confiabilidad del método, está dada por el valor de

¹<http://www.gnuplot.info/>

χ^2 , la cual es descrita en el siguiente capítulo. El código de Gnuplot utilizado para evaluar y graficar el modelo se encuentra disponible en el Apéndice C.

4. IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO Y VALIDACIÓN DE RESULTADOS

En este capítulo se muestran los resultados obtenidos al aplicar la rutina descrita en Capítulos anteriores. Asimismo se discute la validación de los mismos, utilizando el método de χ^2 .

4.1. Confiabilidad del método

4.1.1. método de χ^2

El método de chi cuadrado (χ^2), se utiliza para determinar que tan similares son dos distribuciones. Si las dos distribuciones son idénticas, χ^2 es 0 ($\chi^2 = 0$), por otro lado si las distribuciones son bastante diferentes, el resultado será algún número mucho mayor a cero ($\chi^2 \gg 0$). El valor de χ^2 se determina usando la siguiente relación:

$$\chi^2 = \sum_{k=1}^n \frac{(O_k - E_k)^2}{E_k} \quad (4.1)$$

donde O_k es el valor observado experimentalmente en la distribución, E_k es el valor esperado de la distribución [14].

4.2. Resultados

A continuación se presentan los resultados obtenidos a partir del ajuste del modelo presentado en el Capítulo 1 a los datos extraídos de la sonda Kepler. Se escogieron los datos de los planetas Kepler 4b, 5b y 75b puesto que estos planetas son únicos en sus sistemas estelares. Además, son planetas con un tamaño similar al de Jupiter y al de Neptuno, por lo que bloquean más luz de la estrella y por eso son más fáciles de detectar. Todo esto los hace planetas ideales para probar la

funcionalidad de la rutina elaborada para este trabajo de graduación. En las Figuras 4.1-4.3 se muestran los datos extraídos de la sonda y el ajuste del modelo realizado a los mismos. Por otro lado en las tablas 4.1-4.3 se muestran los parámetros que se encontraron para distintos planetas. En la primera columna de dichas tablas se muestra la lista de parámetros predichos por el modelo, en la segunda columna se muestran los valores publicados en la base de datos Exoplanet¹ para estos parámetros y finalmente en la tercer columna se muestran los valores experimentales obtenidos en este trabajo. En todas las tablas el radio del planeta se expresa en proporción al Radio de Júpiter R_J , el radio de la estrella se indica en unidades del radio solar $R_\odot$, la inclinación orbital se muestra en grados sexagesimales y finalmente el semieje mayor se expresa en unidades astronómicas AU por sus siglas en inglés. El radio de la estrella (R_*) no aparece en la columna de Valor Experimental puesto que el mismo se determina en base a la luminosidad L y flujo F emitido por la estrella, utilizando la relación:

$$L = 4\pi R_*^2 F \quad (4.2)$$

Este cálculo se realiza considerando el tipo espectral de la estrella. Los detalles se encuentran fuera del alcance de este trabajo de graduación, sin embargo se recomienda la siguiente literatura para profundizar más sobre la determinación del parámetro: (Boyajian, T.S. *et al.* 2012)[2]. Éste valor se muestra en las tablas debido a que se usó de referencia para determinar las características del planeta.

Tabla 4.1. Parámetros del Planeta 4b. Fuente: www.exoplanet.eu

Parámetros	Valor Publicado	Valor Obtenido
Período Orbital ² (días)	3.21346 ± 0.00022	3.21 ± 0.06
Radio Planeta ³ (R_J)	$0.356856734511 \pm 0.0187349785618$	0.3443 ± 0.0015
Radio Estrella ² ($R_\odot$)	1.487 ± 0.084	—
Inclinación ² (Deg)	89.76 ± 2.05	88.97 ± 0.14
Semi Eje Mayor ² (Au)	0.0456 ± 0.0009	0.047 ± 0.002
Valor de χ^2		0.004

¹www.exoplanet.eu

²William J. Boruck *et al.* 2010

³Lopez E. *et al.* 2014

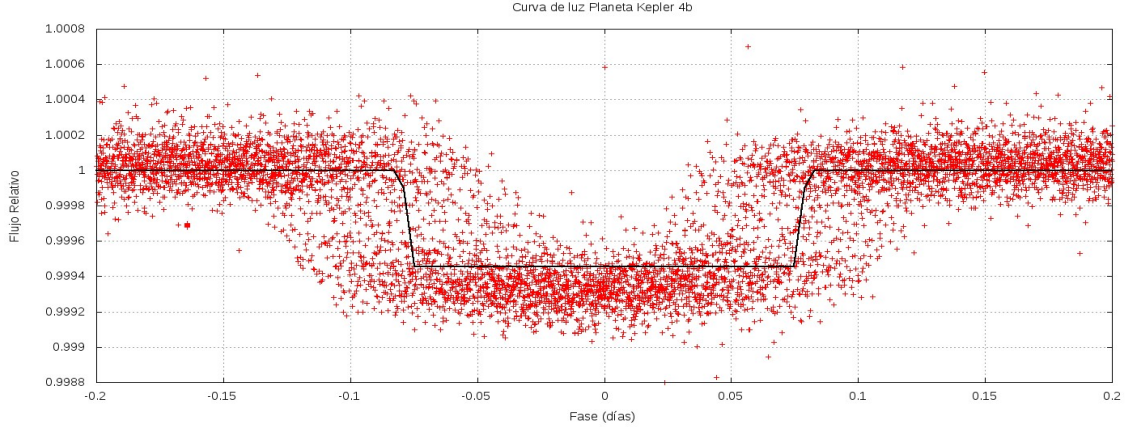


Figura 4.1. Ajuste del modelo para el tránsito del planeta Kepler 4b. Fuente: Elaboración Propia.

Tabla 4.2. Parámetros del Planeta 5b. Fuente: www.exoplanet.eu

Parámetros	Valor Publicado	Valor Obtenido
Período Orbital ² (días)	3.54846 ± 0.000032	3.54 ± 0.03
Radio Planeta ² (R_J)	1.431 ± 0.048	1.4404 ± 0.0014
Radio Estrella ² ($R_\odot$)	1.793 ± 0.053	—
Inclinación ² (Deg)	86.3 ± 0.6	85.670 ± 0.014
Semi Eje Mayor ² (Au)	0.05064 ± 0.0007	0.0505 ± 0.0003
Valor de χ^2		0.003

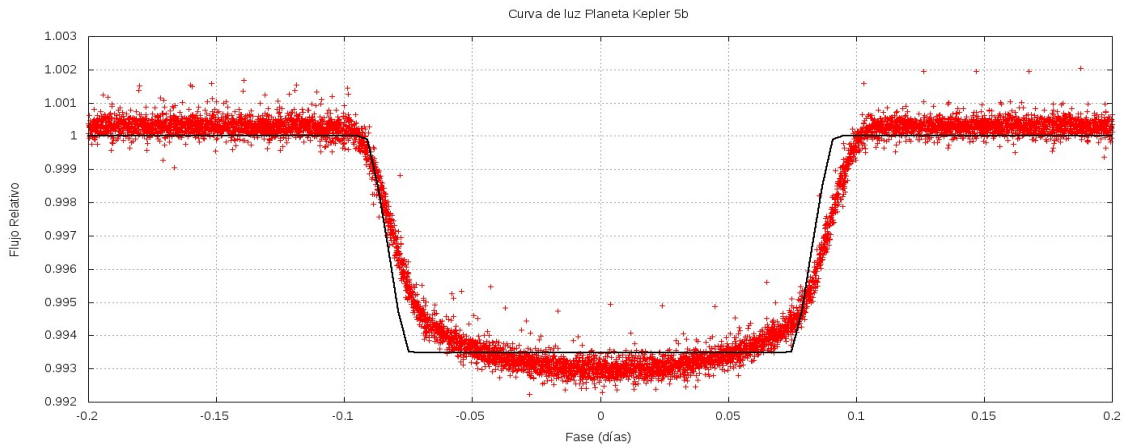
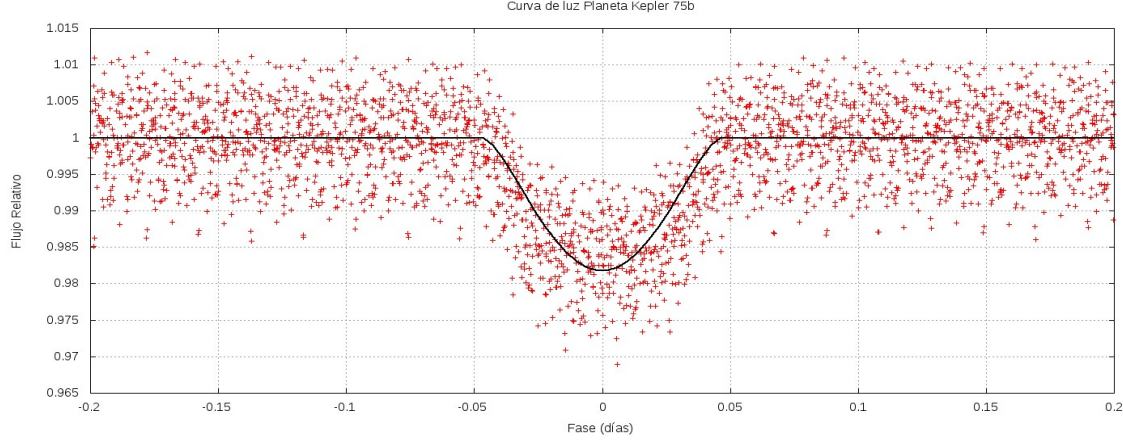


Figura 4.2. Ajuste del modelo para el tránsito del planeta Kepler 5b. Fuente: Elaboración Propia.

⁴Hébrard, G. *et al.* 2013

Tabla 4.3. Parámetros del Planeta 75b. Fuente: www.exoplanet.eu

Parámetros	Valor Publicado	Valor Obtenido
Período Orbital ⁴ (días)	8.884924 ± 0.000002	8.88 ± 0.05
Radio Planeta ⁴ (R_J)	1.03 ± 0.06	2.32 ± 0.16
Radio Estrella ⁴ ($R_\odot$)	0.88 ± 0.04	—
Inclinación (Deg)	$89.1^{+0.6}_{-1.0}$	86.79 ± 0.06
Semi Eje Mayor ⁴ (Au)	0.080 ± 0.005	0.08 ± 0.02
Valor de χ^2		0.11

**Figura 4.3.** Ajuste del modelo para el tránsito del planeta Kepler 75b. Fuente: Elaboración Propia.

4.3. Interpretación de resultados

4.3.1. Kepler 4b

Se estimó que el porcentaje de flujo bloqueado por el disco del planeta es 0.1 %, el cual en comparación con el tamaño de la estrella que se muestra en la Tabla 4.1, se deduce que el planeta posee un radio de 0.34 veces el Radio de Júpiter (R_J) lo que indica que el planeta es de un tamaño similar al del planeta Neptuno ($0.35 R_J$). El período del planeta es 3.21 días y el semieje mayor es 0.047 Unidades Astronómicas (AU), esto sugiere que el planeta orbita bastante cerca de su estrella, por lo que la temperatura de este planeta debe ser bastante elevada. Por lo que se concluye que se trata de un Neptuno Caliente.

4.3.2. Kepler 5b

Para este planeta la profundidad del tránsito corresponde a 0.8 %. Este resultado sugiere que el planeta posee un radio de $1.44 R_J$, el cual es ligeramente mayor

al planeta Júpiter. El período orbital del planeta es 3.54 días lo que sugiere que el semieje mayor tiene un valor de 0.05 AU. Entonces, la órbita de este planeta lo acerca demasiado a su estrella, por lo que la temperatura del mismo es bastante elevada. Por lo anterior se puede concluir que este planeta se encuentra en la categoría de Júpiteres Calientes.

4.3.3. Kepler 75b

Para este planeta la profundidad del tránsito es 2% con respecto al flujo de la estrella. Esto sugiere que el planeta posee un radio de $2.32 R_J$, el cual es aproximadamente 8 veces el tamaño de Júpiter. Debido a que el flujo de la estrella no se comporta de una manera uniforme, este valor difiere con el reportado en la literatura. El período orbital del planeta es 8.88 días lo que implica que el semieje mayor es 0.08 AU, esto muestra que el planeta posee una órbita que lo acerca bastante a su estrella, por lo que la temperatura en el mismo es bastante alta. En base a lo anterior se concluye que este planeta pertenece a la categoría de los Júpiteres Calientes.

4.4. Validación de resultados

Como se explicó al inicio de este Capítulo, el método que se utilizó para validar los resultados fue el de χ^2 . En las Tablas del 4.1 al 4.3, se muestran los valores de χ^2 para la función de ajuste de los planetas Kepler 4b, 5b y 75b siendo estos de 0.004, 0.003 y 0.11 respectivamente, lo que sugiere que este es un modelo adecuado para predecir los parámetros de los planetas. Además, como parte de un análisis estadístico se realizó un histograma de frecuencias de la diferencia entre el modelo y los datos para cada planeta, para verificar si el mismo se encuentra distribuido alrededor de cero. A continuación se muestran los histogramas para cada planeta:

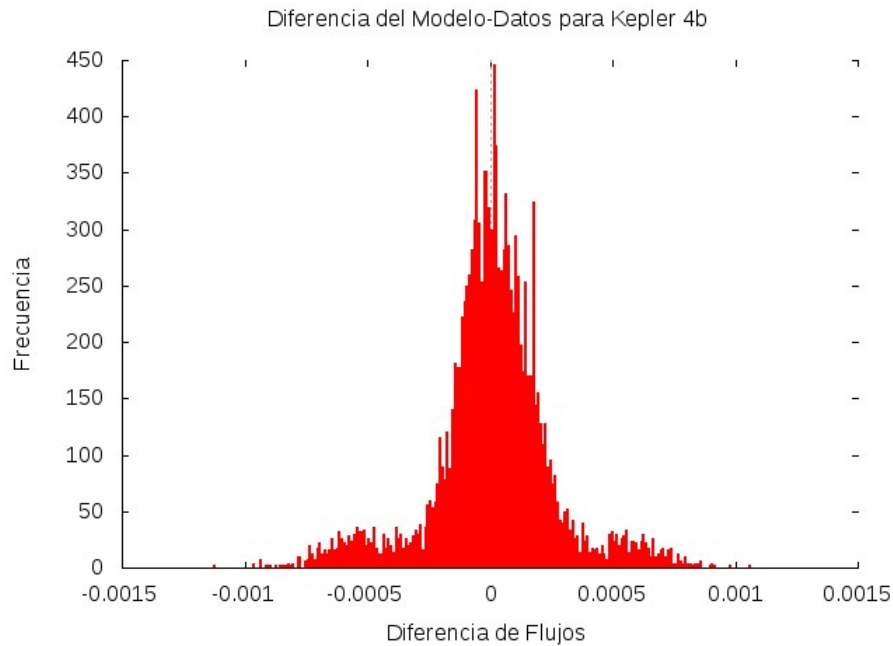


Figura 4.4. En este gráfico se muestra el histograma de frecuencias para los residuos del ajuste realizado para el planeta Kepler 4b, donde puede observarse claramente cómo se distribuye de manera simétrica alrededor de 0. Fuente: Elaboración Propia.

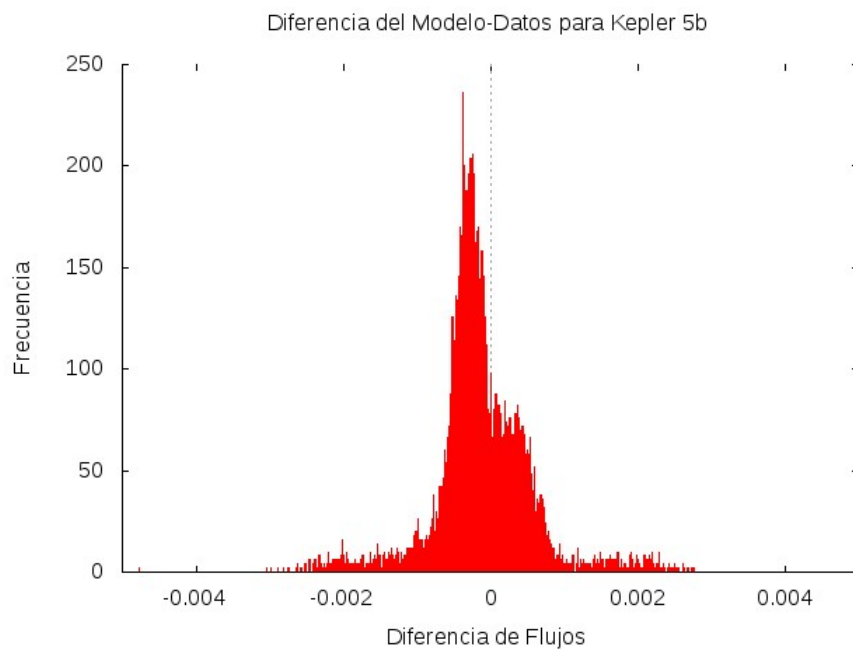


Figura 4.5. ídem de 4.4 para Kepler 5b.

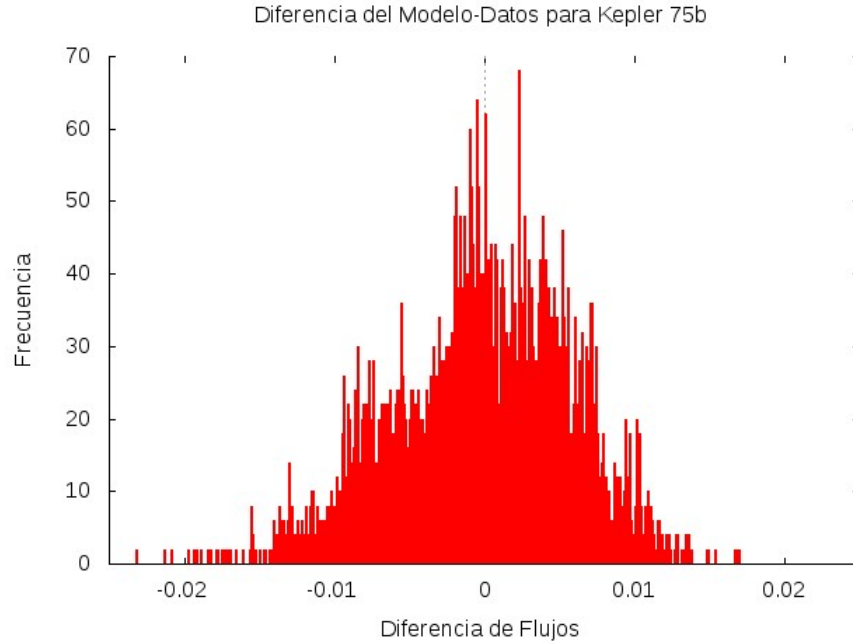


Figura 4.6. ídem de 4.4 para Kepler 7b.

Tal como se muestra en las Figuras 4.4-4.6 los histogramas para los residuos del ajuste se encuentran centrados entorno a valores alrededor de cero. Lo que confirma nuevamente que el modelo sí logra predecir los parámetros de los planetas, donde la diferencia entre los valores se debe únicamente a la desestimación del efecto de limbo estelar.

Ahora que se ha comprobado la precisión del modelo, se aplicará la rutina a diferentes tipos de sistemas extrasolares con el fin de evaluar si es posible detectar diferentes tipos de planetas. Los resultado de dicha aplicación se discutirán en el próximo Capítulo.

5. DISCUSIÓN

En el Capítulo anterior se presentaron los resultados de aplicar la rutina a Sistemas Extrasolares que poseían únicamente un planeta aproximadamente del tamaño de Júpiter orbitando entorno a su estrella. Debido a que estos planetas tienen un gran tamaño bloquean más luz de la estrella y por eso son más fáciles de detectar que los planetas con un tamaño parecido a la Tierra.

Por otro lado, los sistemas extrasolares con múltiples planetas representan un gran desafío al momento de analizarse, debido a que estos presentan varios planetas con diferentes tamaños y con diferentes períodos. Para poder analizar las características de estos planetas se determina la fase de uno de ellos, y se retira la señal del tránsito del segundo planeta para ser reemplazada por ruido estadístico. Una vez se determinaron los parámetros del primer planeta, se determina la fase del segundo planeta y se retira la señal del tránsito del primer planeta, la cual también es reemplazada por ruido estadístico. A continuación se presentan los resultados de aplicar la rutina a Sistemas Extrasolares con planetas de un tamaño similar a la Tierra y con múltiples planetas orbitando entorno a su estrella.

5.1. Sistemas extrasolares con planetas del tamaño de la Tierra

Primero se buscó la posibilidad de encontrar planetas de un tamaño similar a la Tierra. Dado que estos son más difíciles de detectar, debido a que a su tamaño es mucho menor que el de Júpiter, por lo tanto la porción de luz bloqueada por estos será bastante menor también. La Tierra posee un radio de $0.09 R_J$, por tal razón se escogieron los datos del planeta Kepler 19b el cual posee aproximadamente 2 veces el radio de la Tierra. A continuación se muestran los resultados de analizar dicho planeta. En la Figura 5.1 se muestran los datos extraídos de la sonda y el ajuste del modelo realizado a los mismos. Los resultados de este análisis se muestran en

la Tabla 5.1, donde la primera columna muestra la lista de parámetros para el sistema, la segunda columna muestra los valores publicados en la base de datos de Exoplanet¹ y la tercera columna muestra los valores obtenidos en este trabajo para los parámetros.

Tabla 5.1. Parámetros del Planeta 19b. Fuente: www.exoplanet.eu

Parámetros	Valor Publicado	Valor Obtenido
Periodo Orbital ² (días)	9.2869944 ± 0.00000088	9.29 ± 0.01
Radio Planeta ² (R_J)	0.198 ± 0.004	0.2058 ± 0.0009
Radio Estrella ² ($R_\odot$)	0.85 ± 0.018	—
Inclinación ² (Deg)	89.94 ± 0.44	89.25 ± 0.02
Semi Eje Mayor ² (Au)	$0.085^{+0.0006}_{-0.0015}$	0.085 ± 0.03
χ^2		0.0002

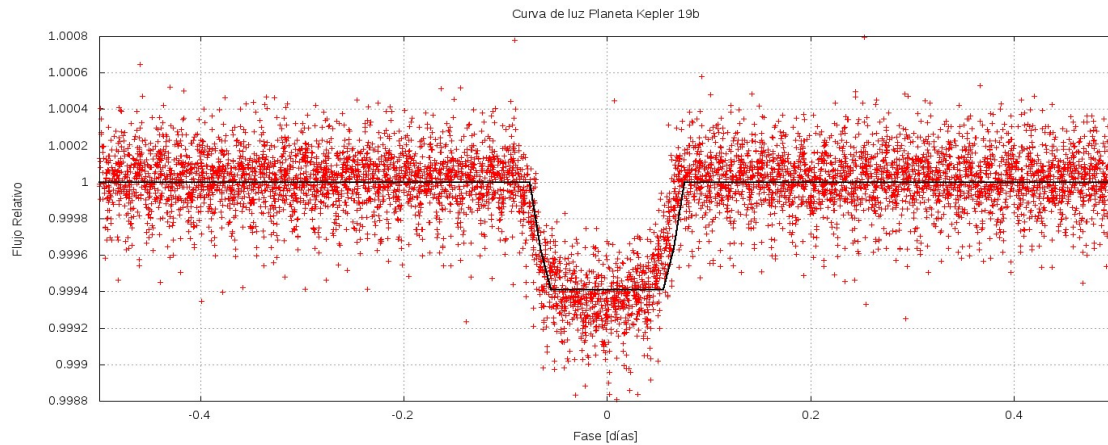


Figura 5.1. Ajuste del modelo para el tránsito del planeta Kepler 19b. Fuente: Elaboración Propia.

¹<http://exoplanet.eu/>

²Sarah Ballard *et al.* 2011

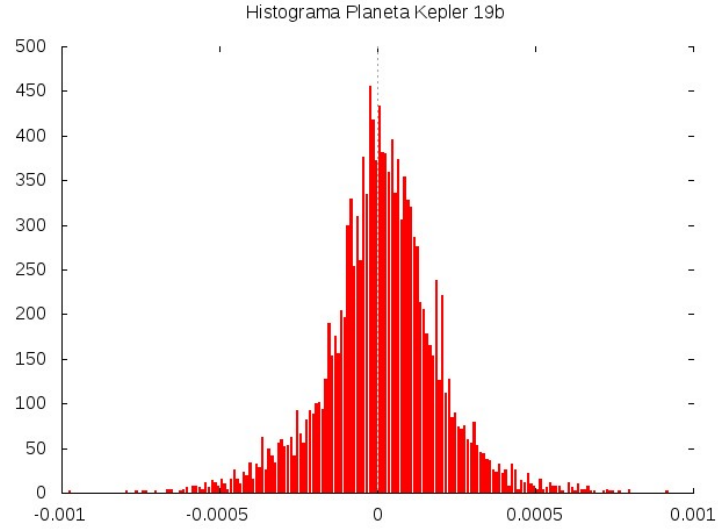


Figura 5.2. En este gráfico se muestra el histograma de frecuencias para los residuos del ajuste realizado para el planeta Kepler 19b, donde puede observarse claramente cómo se distribuye de manera simétrica alrededor de 0. Fuente: Elaboración Propia.

5.1.1. Interpretación de resultados

Se estimó que el porcentaje de flujo bloqueado por el disco del planeta es 0.06 %, el cual en comparación con el tamaño de la estrella que se muestra en la Tabla 5.1, se deduce que el planeta posee un radio $0.198R_J$ el cual es aproximadamente 2 veces el radio de la Tierra. El período del planeta es 9.29 días, lo que sugiere que el semieje mayor es 0.085 Au. Esto indica que se encuentra bastante cerca de su estrella, por lo que posiblemente se trate de un planeta rocoso de la categoría de Super Tierras.

5.2. Sistemas extrasolares con múltiples planetas orbitando entorno a la estrella huesped

El sistema extrasolar de la estrella Kepler 149 se compone de 3 planetas de diferentes tamaños y períodos. Se lograron detectar dos de estos planetas Kepler 149b y Kepler 149d, los cuales son de un tamaño similar a Neptuno, pero con períodos orbitales que sugiere que se encuentran demasiado cerca a su estrella. El otro planeta (Kepler 149c) posee un tamaño similar al de la Tierra, éste no se logró detectar, posiblemente debido a la variabilidad del flujo de la estrella, ya que esta es más grande que la variación producida por el tránsito. A continuación se presentan los resultados de dicho análisis:

Tabla 5.2. Parámetros del Planeta 149b. Fuente: www.exoplanet.eu

Parámetros	Valor Publicado	Valor Obtenido
Periodo Orbital ³ (días)	29.198943 ± 0.000041	29.19 ± 0.01
Radio Planeta ³ (R_J)	0.376 ± 0.054	0.411 ± 0.002
Radio Estrella ³ ($R_\odot$)	0.95 ± 0.14	—
Inclinación ³ (Deg)	—	89.274 ± 0.006
Semi Eje Mayor ³ (Au)	0.184	0.184 ± 0.003
χ^2		0.0001

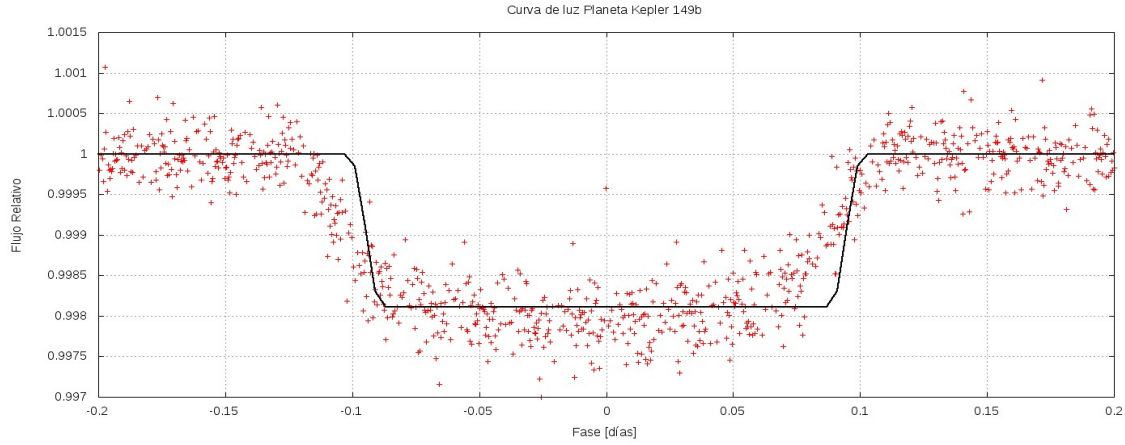


Figura 5.3. Ajuste del modelo para el tránsito del planeta Kepler 149b. Fuente: Elaboración Propia.

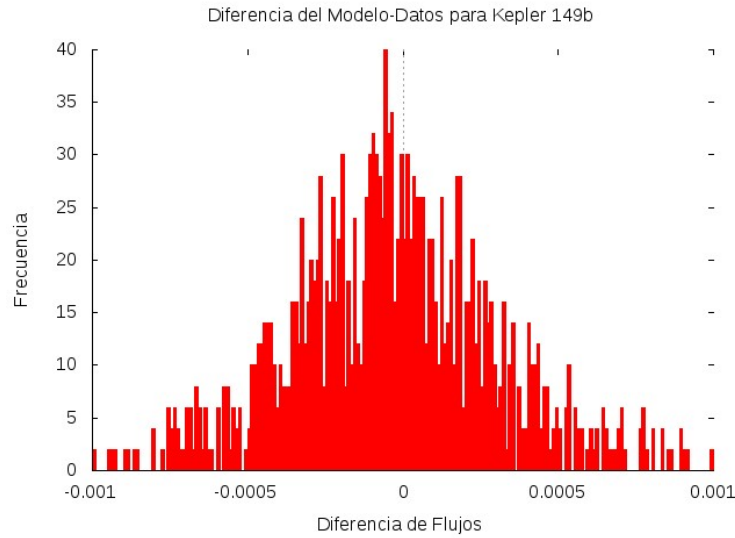


Figura 5.4. ídem de 5.2 para Kepler 149b. Fuente: Elaboración Propia.

³Jason F. Rowe *et al.* 2014

Tabla 5.3. Parámetros del Planeta 149d. Fuente: www.exoplanet.eu

Parámetros	Valor Publicado	Valor Obtenido
Periodo Orbital ³ (days)	160.018032 ± 0.001096	160.02 ± 0.02
Radio Planeta ³ (R_J)	0.353 ± 0.061	0.41 ± 0.07
Radio Estrella ³ ($R_\odot$)	0.95 ± 0.14	—
Inclinación ³ (Deg)	—	90.42 ± 0.03
Semi Eje Mayor ³ (Au)	0.571	0.57 ± 0.01
χ^2		0.00005

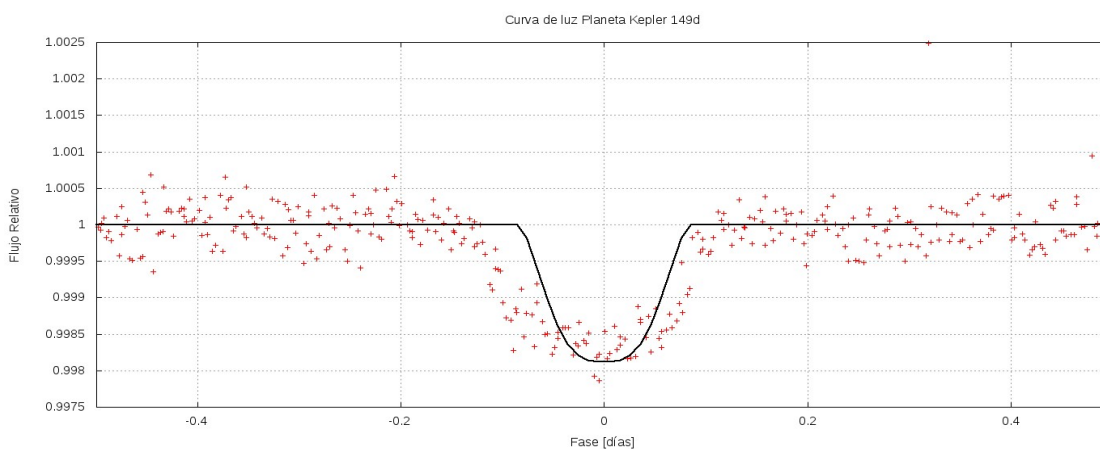


Figura 5.5. Ajuste del modelo para el tránsito del planeta Kepler 149d. Fuente: Elaboración Propia.

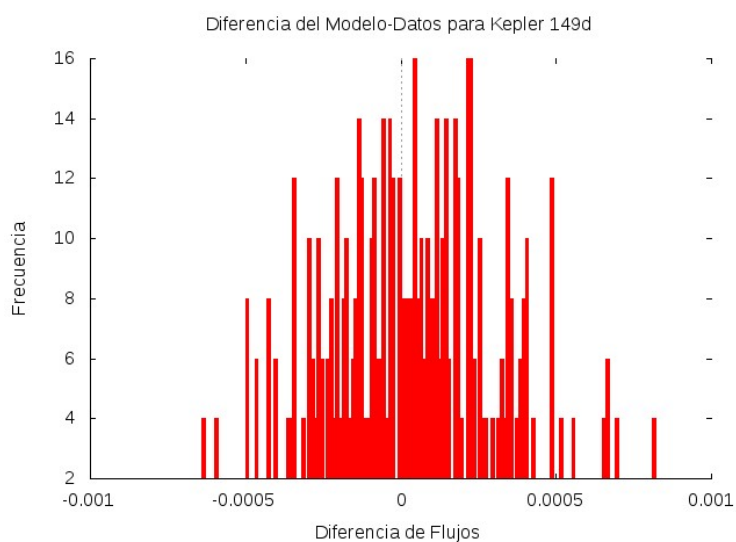


Figura 5.6. ídem de 5.2 para Kepler 149d. Fuente: Elaboración Propia.

5.2.1. Interpretación de resultados

5.2.1.1. Kepler 149b

Se estimó que el porcentaje de flujo bloqueado por el disco del planeta es 0.2 %, el cual en comparación con el tamaño de la estrella que se muestra en la Tabla 5.2, se deduce que el planeta posee un radio $0.411068R_J$ el cual es 1.2 veces al radio de Neptuno. El período del planeta es 29.19 días, lo que sugiere que el semieje mayor es 0.184 Au. Esto indica que se encuentra bastante cerca de su estrella, por lo que posiblemente se trata de un Neptuno Caliente.

5.2.1.2. Kepler 149d

Se estimó que el porcentaje de flujo bloqueado por el disco del planeta es 0.19 %, el cual en comparación con el tamaño de la estrella que se muestra en la Tabla 5.3, se deduce que el planeta posee un radio $0.40915R_J$ el cual es 1.2 veces al radio de Neptuno. El período del planeta es 160.02 días, lo que sugiere que el semieje mayor es 0.57 Au. Esto indica que se encuentra un poco más cerca de su estrella en comparación con Venus (0.7 Au) en nuestro Sistema Solar.

CONCLUSIONES

1. Se desarrolló un modelo matemático para describir los parámetros de un tránsito extrasolar desestimando el efecto de limbo estelar. Asimismo se implementó una rutina en `python` utilizando este modelo para predecir los parámetros de los planetas que orbitan entorno a las estrellas de la región Cygnus-Lira a partir de los datos tomados por la sonda Kepler.
2. Se evaluó la funcionalidad y la precisión de la rutina elaborada, comparando las características de planetas que son únicos en sus sistemas extrasolares, con los valores reportados en la literatura. Se determinó que estos difieren entre un 3 % y un 4 %, con los valores reportados en la literatura, principalmente debido a la desestimación del efecto del limbo estelar.
3. La rutina elaborada también se aplicó a sistemas extrasolares con múltiples planetas asimismo a planetas con radios similares a la Tierra. Se determinó que esta también es capaz de predecirlos con un 3 % de error en comparación con los datos reportados en la literatura. Este error se debe también a no tomar en cuenta el efecto de limbo estelar.
4. Al aplicar la rutina a los planetas Kepler 149b y 149d se determinó que las inclinaciones orbitales de los mismos son $(89.2744 \pm 0.006157) \text{ Deg}$ y $(90.4235 \pm 0.02647) \text{ Deg}$ respectivamente. Estos datos no están reportados en la base de datos SIMBAD pero dado que tanto el método como la rutina utilizada logran predecir los mismos resultados reportados en la base de datos con un 3 % de error, se estima que la inclinación de los mismos podría estar en valores cercanos a los reportados en este trabajo.
5. El método de tránsitos extrasolares es uno de los más eficientes para detectar planetas orbitando entorno a otras estrellas.
6. El método de tránsitos extrasolares se puede complementar con el diseño de una cámara CCD con un campo de visión amplio, ya que esto permite la

posibilidad que se puedan estudiar múltiples estrellas de manera simultanea.

7. Si bien existen muchos métodos para la detección de exoplanetas. Éste es el único que posee la sensibilidad necesaria para detectar planetas de tamaño similar a la Tierra.
8. Los telescopios espaciales como la Sonda Kepler, muestran una mayor eficiencia en la sensibilidad de adquisición de datos comparados con los telescopios en la Tierra, debido a que desaparece la aberración de la luz provocada por el paso de la luz a través de la atmósfera.
9. La Sonda Espacial Kepler ha demostrado ser el telescopio más eficiente para detectar exoplanetas construido hasta el momento. Puesto que esta ha detectado más de 2000 planetas confirmados. Entre ellos, planetas con un tamaño similar a la Tierra los cuales son potencialmente habitables, debido a que se encuentran en la zona habitable de su estrella. Asimismo otros miles de planetas siguen a la espera de ser confirmados.

RECOMENDACIONES

1. Aplicar la rutina elaborada en este trabajo a datos de archivo de la Sonda Kepler que aún no han sido analizados, para detectar potenciales descubrimientos de nuevos planetas.
2. Aplicar la rutina elaborada en este trabajo con diferentes valores de ancho de ventana para el cálculo de la *running mean* a los datos de archivo de la Sonda Kepler. Debido a que esto ofrece la posibilidad de detectar nuevos planetas con radios más pequeños que la Tierra.
3. Desarrollar una nueva rutina capaz de detectar y medir el período de los tránsitos extrasolares a partir de los datos de archivo tomados de la Sonda Kepler.
4. Desarrollar e implementar una nueva rutina que tome en cuenta el efecto de limbo estelar y realizar una comparación utilizando dicha rutina con los datos de los planetas reportados en este trabajo.
5. En un futuro se planean lanzar nuevas misiones espaciales para detectar nuevos planetas entorno a otras estrellas, tales como Tess (*Transiting Exoplanet Survey Satellite*). Esta sonda planea utilizar siempre el método de transitos extrasolares, por lo que se podría aplicar la rutina presentada en este trabajo a los datos de la misma, para detectar nuevos planetas.
6. Si bien la mejor forma de detectar tránsitos extrasolares es con un telescopio espacial, también se debe evaluar la posibilidad de detectar estos por medio de telescopios en tierra. Ya que estos son mucho más económicos de construir en comparación con los espaciales.

Apéndice A

Extensión del Encabezado de Información Primaria (Header Data Unit, HDU) de un archivo de FITS de curva de luz. Este encabezado describe el detector y el periodo de tiempo en que la información fue colectada.

XTENSION=	'BINTABLE'	/ marks the beginning of a new HDU
BITPIX	=	8 / array data type
NAXIS	=	2 / number of array dimensions
NAXIS1	=	100 / length of first array dimension
NAXIS2	=	476 / length of second array dimension
PCOUNT	=	0 / group parameter count (not used)
GCOUNT	=	1 / group count (not used)
TFIELDS	=	20 / number of table fields
TTYPE1	= 'TIME'	/ column title: data time stamps
TFORM1	= 'D'	/ column format: 64-bit floating point
TUNIT1	= 'BJD - 2454833'	/ column units: barycenter corrected JD
TDISP1	= 'D14.7'	/ column display format
TTYPE2	= 'TIMECORR'	/ column title: barycenter - timeslice correction
TFORM2	= 'E'	/ column format: 32-bit floating point
TUNIT2	= 'd'	/ column units: day
TDISP2	= 'E13.6'	/ column display format
TTYPE3	= 'CADENCENO'	/ column title: unique cadence number
TFORM3	= 'J'	/ column format: signed 32-bit integer
TDISP3	= 'I10'	/ column display format
TTYPE4	= 'SAP_FLUX'	/ column title: aperture photometry flux
TFORM4	= 'E'	/ column format: 32-bit floating point
TUNIT4	= 'e-/s'	/ column units: electrons per second
TDISP4	= 'E14.7'	/ column display format
TTYPE5	= 'SAP_FLUX_ERR'	/ column title: aperture phot. flux error

TFORM5	= 'E'	/ column format: 32-bit floating point
TUNIT5	= 'e-/s'	/ column units: electrons per second (1-sigma)
TDISP5	= 'E14.7'	/ column display format
TTYPER6	= 'SAP_BKG'	/ column title: aperture phot. background flux
TFORM6	= 'E'	/ column format: 32-bit floating point
TUNIT6	= 'e-/s'	/ column units: electrons per second
TDISP6	= 'E14.7'	/ column display format
TTYPER7	= 'SAP_BKG_ERR'	/ column title: ap. phot. background flux error
TFORM7	= 'E'	/ column format: 32-bit floating point
TUNIT7	= 'e-/s'	/ column units: electrons per second (1-sigma)
TDISP7	= 'E14.7'	/ column display format
TTYPER8	= 'PDCSAP_FLUX'	/ column title: aperture phot. PDC flux
TFORM8	= 'E'	/ column format: 32-bit floating point
TUNIT8	= 'e-/s'	/ column units: electrons per second
TDISP8	= 'E14.7'	/ column display format
TTYPER9	= 'PDCSAP_FLUX_ERR'	/ column title: ap. phot. PDC flux error
TFORM9	= 'E'	/ column format: 32-bit floating point
TUNIT9	= 'e-/s'	/ column units: electrons per second (1-sigma)
TDISP9	= 'E14.7'	/ column display format
TTYPER10	= 'SAP_QUALITY'	/ column title: aperture photometry quality flag
TFORM10	= 'J'	/ column format: signed 32-bit integer
TDISP10	= 'B16.16'	/ column display format
TTYPER11	= 'PSF_CENTR1'	/ column title: PSF-fitted column centroid
TFORM11	= 'D'	/ column format: 64-bit floating point
TUNIT11	= 'pixel'	/ column units: pixel
TDISP11	= 'F10.5'	/ column display format
TTYPER12	= 'PSF_CENTR1_ERR'	/ column title: PSF-fitted column error
TFORM12	= 'E'	/ column format: 32-bit floating point
TUNIT12	= 'pixel'	/ column units: pixel (1-sigma)
TDISP12	= 'E14.7'	/ column display format
TTYPER13	= 'PSF_CENTR2'	/ column title: PSF-fitted row centroid
TFORM13	= 'D'	/ column format: 64-bit floating point
TUNIT13	= 'pixel'	/ column units: pixel
TDISP13	= 'F10.5'	/ column display format
TTYPER14	= 'PSF_CENTR2_ERR'	/ column title: PSF-fitted row error
TFORM14	= 'E'	/ column format: 32-bit floating point

```

TUNIT14 = 'pixel      ' / column units: pixel (1-sigma)
TDISP14 = 'E14.7      ' / column display format
TTYPER15 = 'MOM_CENTR1' / column title: moment-derived column centroid
TFORM15 = 'D          ' / column format: 64-bit floating point
TUNIT15 = 'pixel      ' / column units: pixel
TDISP15 = 'F10.5      ' / column display format
TTYPER16 = 'MOM_CENTR1_ERR' / column title: moment-derived column error
TFORM16 = 'E          ' / column format: 32-bit floating point
TUNIT16 = 'pixel      ' / column units: pixel (1-sigma)
TDISP16 = 'E14.7      ' / column display format
TTYPER17 = 'MOM_CENTR2' / column title: moment-derived row centroid
TFORM17 = 'D          ' / column format: 64-bit floating point
TUNIT17 = 'pixel      ' / column units: pixel
TDISP17 = 'F10.5      ' / column display format
TTYPER18 = 'MOM_CENTR2_ERR' / column title: moment-derived row error
TFORM18 = 'E          ' / column format: 32-bit floating point
TUNIT18 = 'pixel      ' / column units: pixel (1-sigma)
TDISP18 = 'E14.7      ' / column display format
TTYPER19 = 'POS_CORR1' / column title: column position correction
TFORM19 = 'E          ' / column format: 32-bit floating point
TUNIT19 = 'pixels     ' / column units: pixel
TDISP19 = 'E14.7      ' / column display format
TTYPER20 = 'POS_CORR2' / column title: row position correction
TFORM20 = 'E          ' / column format: 32-bit floating point
TUNIT20 = 'pixels     ' / column units: pixel
TDISP20 = 'E14.7      ' / column display format
INHERIT =                T / inherit the primary header
EXTNAME = 'LIGHTCURVE'   / name of extension
EXTVER  =                1 / extension version number
                           (not format version)

TELESCOP= 'Kepler      ' / telescope
INSTRUME= 'Kepler Photometer' / detector type
OBJECT   = 'KIC 11853905' / string version of KEPLERID
KEPLERID=                11853905 / unique Kepler target identifier
RAESYS   = 'ICRS       ' / reference frame of celestial coordinates
RA_OBJ   =                285.615320 / [deg] right ascension

```

DEC_OBJ = 50.135750 / [deg] declination
 EQUINOX = 2000.0 / equinox of celestial coordinate system
 EXPOSURE= 8.95472498 / [d] time on source
 TIMEREf = 'SOLARSYSTEM' / barycentric correction applied to times
 TASSIGN = 'SPACECRAFT' / where time is assigned
 TIMESYS = 'TDB' / time system is barycentric JD
 BJDREFI = 2454833 / integer part of BJD reference date
 BJDREFF = 0.00000000 / fraction of the day in BJD reference date
 TIMEUNIT= 'd' / time unit for TIME, TSTART and TSTOP
 TELAPSE = 9.72668403 / [d] TSTOP - TSTART
 LIVETIME= 8.95472498 / [d] TELAPSE multiplied by DEADC
 TSTART = 120.52893804 / observation start time in BJD-BJDREF
 TSTOP = 130.25562207 / observation stop time in BJD-BJDREF
 LC_START= 54953.03815242 / mid point of first cadence in MJD
 LC_END = 54962.74411122 / mid point of last cadence in MJD
 DEADC = 0.92063492 / deadtime correction
 TIMEPIXR= 0.5 / bin time beginning=0 middle=0.5 end=1
 TIERRELA= 5.78E-07 / [d] relative time error
 TIERABSO= / [d] absolute time error
 INT_TIME= 6.019802903270 / [s] photon accumulation time per frame
 READTIME= 0.518948526144 / [s] readout time per frame
 FRAMETIM= 6.538751429414 / [s] frame time (INT_TIME + READTIME)
 NUM_FRM = 270 / number of frames per time stamp
 TIMEDEL = 0.02043359821692 / [d] time resolution of data
 DATE-OBS= '2009-05-02T00:40:13.639Z' / TSTART as UTC calendar date
 DATE-END= '2009-05-11T18:06:13.939Z' / TSTOP as UTC calendar date
 BACKAPP = T / background is subtracted
 DEADAPP = T / deadtime applied
 VIGNAPP = T / vignetting or collimator correction applied
 GAIN = 100.17 / [electrons/count] channel gain
 READNOIS= 120.474459 / [electrons] read noise
 NREADOUT= 270 / number of read per cadence
 TIMSLICE= 4 / time-slice readout sequence section
 MEANBLCK= 717 / [count] FSW mean black level
 LCFXDOFF= 419400 / long cadence fixed offset

```

SCFXDOFF=                219400 / short cadence fixed offset
CDPP3_0 =      38.10232925415039 / RMS CDPP on 3.0-hr time scales
CDPP6_0 =      28.964006423950195 / RMS CDPP on 6.0-hr time scales
CDPP12_0=      21.324161529541016 / RMS CDPP on 12.0-hr time scales
CROWDSAP=                0.9950 / Ratio of target flux to total flux in op. ap.
FLFRCSAP=                0.9417 / Frac. of target flux w/in the op. aperture
NSPSDDET=                0 / Number of SPSDs detected
NSPSDCOR=                0 / Number of SPSDs corrected
PDCVAR  =      0.6620442867279053 / Target variability
PDCMETHD= 'regularMap'          / PDC algorithm used for target
NUMBAND  =                1 / Number of scale bands
FITTYPE1= 'prior      '          / Fit type used for band 1
PR_GOOD1=      0.9766533374786377 / Prior goodness for band 1
PR_WGHT1=      0.6050670742988586 / Prior weight for band 1
PDC_TOT  =      0.9923262596130371 / PDC total goodness metric for target
PDC_TOTP=      89.05308532714844 / PDC_TOT percentile compared to mod/out
PDC_COR  =      0.9802582263946533 / PDC correlation goodness metric for target
PDC_CORP=      86.66709899902344 / PDC_COR percentile compared to mod/out
PDC_VAR  =      0.9999611973762512 / PDC variability goodness metric for target
PDC_VARP=      88.58524322509766 / PDC_VAR percentile compared to mod/out
PDC_NOI  =      0.9968730211257935 / PDC noise goodness metric for target
PDC_NOIP=      88.61677551269531 / PDC_NOI percentile compared to mod/out
PDC_EPT  =                / PDC earth point goodness metric for target
PDC_EPTP=                / PDC_EPT percentile compared to mod/out
CHECKSUM= '8YGW9XDV8XDV8XDV'    / HDU checksum updated 2014-11-03T17:09:05Z
END

```


Apéndice B

En esta sección se detalla el código de la rutina elaborada en `python` para este trabajo de graduación.

B.1. Extracción de Datos

Código elaborado para la extracción de información de los archivos FITS. El cual abre la tabla binaria del archivo e imprime las columnas de Tiempo, Flujo Calibrado, Incertezas del Flujo Calibrado y Tiempo Corregido.

```
#Código elaborado por Alex Rojas para la extracción de datos
#a partir de archivos FITS de la sonda Kepler.
#Fecha: Noviembre 2015.
```

```
import pyfits
from astropy.io import fits
import sys
hdulist=pyfits.open(sys.argv[1]) #abre archivo indicado en terminal
tbdata=hdulist[1].data #abre la tabla binaria
cols=hdulist[1].columns
arraysize=int(len(tbdata.field('TIME')))
for j in range(0,arraysize):
print str(tbdata.field('TIME')[j])+" "
      +str(tbdata.field('PDCSAP_FLUX')[j])+" "
      +str(tbdata.field('PDCSAP_FLUX_ERR')[j])+" "
      +str(tbdata.field('TIMECORR')[j])+" "+str(prihdr[127])
```

B.2. Filtro de NaN

Código elaborado para retirar los NaNs de la información. El cual abre el archivo donde se encuentren las columnas extraídas con el código anterior, y por medio de un ciclo *if* busca línea por línea y columna por columna donde exista la palabra nan para eliminar esa línea. Finalmente imprime un nuevo archivo sin las filas que contenían los NaNs. Por lo que el archivo resultante tendrá menos filas que el archivo original.

```
#Código elaborado por Alex Rojas para retirar los NANS de los datos
#de la sonda Kepler.
#Fecha: Noviembre 2015.
```

```
from math import *
import sys

f = open(sys.argv[1], 'rt') #abre el archivo indicado en terminal
lines=f.readlines()
fin=len(lines) #número de líneas
print "#TIME SAP_FLUX SAP_FLUX_ERR"
for i in range(1,fin): #filtro para filas
    inicio=lines[i].split() #Toma la línea i y la convierte en lista
    ncol=len(inicio) #número de columnas
    for j in range(0,ncol-1): #filtro para columnas
        if inicio[j]=="nan":
            while inicio[j]=="nan":
                i=i+1
                inicio=lines[i].split()
    print inicio[0], inicio[1], inicio[2]
```


B.3. Transformación de días y determinación de la fase

Código elaborado para transformar los días del baricentro solar de la sonda a días julianos asimismo para determinar la fase del planeta.

B.3.1 Transformación de Días

Este código lee el archivo creado con el código de la sección anterior, y por medio de un ciclo *for* realiza la conversión del tiempo a días julianos.

```
#Código elaborado por Alex Rojas para la transformación los días a
#días julianos en los datos extraídos de la sonda Kepler.
#Fecha: Noviembre 2015.
```

```
from math import *
import csv
import sys

f = open(sys.argv[1], 'rt') #abre el archivo que se le indica en terminal
lines=f.readlines()
fin=len(lines) #cantidad de líneas del archivo
print "#TIME_JD SAP_FLUX SAP_FLUX_ERR"
for i in range(1,fin): #para cada línea desde la 1 hasta la ultima hacer
inicio=lines[i].split() #Toma la línea i y la convierte en lista
TIMSLICE=float(inicio[4])
timecorr=(0.25+0.62*(5-TIMSLICE))/86400
time=float(inicio[0])+2454833.00000000-float(inicio[3])+timecorr
print time, inicio[1], inicio[2]
```

B.3.2 Determinación de la fase

Una vez se creo un archivo con el tiempo en días julianos, este código lo abre y determina la fase por medio de un ciclo *for* desde la primera línea hasta la última. Dado que la fase solo puede tener valores entre 0 y 1 un ciclo *if* se encarga de regular estos valores.

```
#Código elaborado por Alex Rojas para determinación de la fase
#de los datos extraídos de la sonda Kepler.
#Fecha: Noviembre 2015.
```

```
from math import *
import sys
import numpy as np

f = open(sys.argv[1], 'rt')
lines=f.readlines() #lee las líneas del archivo abierto
fin=len(lines) #cantidad de líneas del archivo
periodo= #valor del periodo
for i in range(1,fin):
    array=lines[i].split()
    intarray=float(array[0])
    fase=(float(intarray)-2454833)/float(periodo)
    if fase <= 1:
        nfase=float(fase*periodo)
        print array[0], nfase, array[1], array[2]
    else:
        fase=fase-int(fase)
        nfase=float(fase*periodo)
        print array[0], nfase, array[1], array[2]
```

B.4. Normalización de Datos

Código elaborado para determinar la *running mean* y normalizar los datos. El código suma los intervalos desde la primera línea hasta la línea indicada por el ancho de ventana por medio de la función `suma` la cual está definida en el paquete `numpy` y asigna el valor en un *array*. Posteriormente realiza el promedio de cada casilla con ayuda de un ciclo *for*.

#Código elaborado por Alex Rojas para la normalización

#de los datos extraídos de la sonda Kepler.

#Fecha: Noviembre 2015.

```
from math import *
import sys
import numpy as np
def RM(archivo, x, xerr, N): #función que determina la running mean
    rm=[]
    rmi=[]
    for ctr in range(0,len(x)-N):
        suma=float(np.sum(x[ctr:(ctr+N)]))
        sumai=float(np.sum(xerr[ctr:(ctr+N)]))
        rm.append(float( suma/N))
        rmi.append(float( sumai/N))
    for z in range(len(x)-N,len(x)):
        suma=float(np.sum(x[(len(x)-N):(len(x))]))
        sumai=float(np.sum(xerr[(len(x)-N):(len(x))]))
        rm.append(float( suma/N))
        rmi.append(float( sumai/N))
    for j in range (1,len(x)):
        averageflux= x[j]/rm[j]
        averagefluxi=xerr[j]/(100*rmi[j])
        print archivo[j].split()[0], archivo[j].split()[1],
        archivo[j].split()[2], archivo[j].split()[3],
        averageflux, averagefluxi
    return
f = open(sys.argv[1], 'rt') #abre el archivo indicado en terminal
```

```

lines=f.readlines()
fin=len(lines) #cantidad de líneas del archivo
flujo=[]
incerteza=[]
for i in range(0,fin): #convierte la columna en un arreglo
    flujo.append(float(lines[i].split()[2]))
    incerteza.append(float(lines[i].split()[3]))
n=int(0.8*fin) #Tamaño de la ventana para la running mean
RM(lines,flujo,incerteza,n)

```

Apéndice C

En esta sección se detalla el código utilizado en Gnuplot para evaluar el modelo matemático propuesto en el Capítulo 1.

#Código elaborado por Alex Rojas para evaluar y graficar la función de ajuste a los datos para el análisis de los tránsitos extrasolares.
#Fecha: Noviembre 2015.

```
set terminal jpeg size 1400,600
set grid
set output "nombre.jpg"
set xlabel "Phase (days)"
set ylabel "Flux"
#set yrange [0.990:1.001]
set xrange [-0.2:0.2]
#Radio de Jupiter (Rj) [Km]
Rj=69911
#Radio del Sol (R0) [Km]
R0=695800
#Radio del Planeta (Rp) [Km] dar parámetro inicial para mejores resultados
Rp=1.03
#Radio de la Estrella (Rs) [Km]
Rs=valor radio estrella*R0
#Semi-major-axis (a) [Km]
a=valor semi-eje mayor*149597871
#Inclinacion (i) [deg] dar parámetro inicial para mejores resultados
i=89
#Periodo orbital (T) [days]
```

```

T=valor periodo
#Velocidad angular (w) [rad/days]
w=2*3.14159265/T
set title "Curva de luz Planeta nombre"
unset key

#Funcion del Flujo Percibido de la estrella
F(x) = 1+(Rp*Rj/Rs) < (a/Rs)*sqrt( (sin (w*x))**2
+ (cos ((i/180)*3.14159265)*cos (w*x))**2 ) ? 1 :
(a/Rs)*sqrt( (sin (w*x))**2
+ (cos ((i/180)*3.14159265)*cos (w*x))**2 )
<=1-(Rp*Rj/Rs) ? 1-(Rp*Rj/Rs)**2 :
1-( (Rp*Rj/Rs)**2*(acos ( ((Rp*Rj/Rs)**2
+((a/Rs)*sqrt( (sin (w*x))**2
+ (cos ((i/180)*3.14159265)*cos (w*x))**2 ))**2-1)/(2*(Rp*Rj/Rs)
*((a/Rs)*sqrt( (sin (w*x))**2
+ (cos ((i/180)*3.14159265)*cos (w*x))**2 ))) ))
+ (acos ( (1+((a/Rs)*sqrt( (sin (w*x))**2
+ (cos ((i/180)*3.14159265)*cos (w*x))**2 ))**2
-(Rp*Rj/Rs)**2)/(2*((a/Rs)*sqrt( (sin (w*x))**2
+ (cos ((i/180)*3.14159265)*cos (w*x))**2 ))) ))
- ((a/Rs)*sqrt( (sin (w*x))**2
+ (cos ((i/180)*3.14159265)*cos (w*x))**2 ))
*sin ((acos ( (1+((a/Rs)*sqrt( (sin (w*x))**2
+ (cos ((i/180)*3.14159265)*cos (w*x))**2 ))**2-(Rp*Rj/Rs)**2)/(2*((a/Rs)
*sqrt( (sin (w*x))**2
+ (cos ((i/180)*3.14159265)*cos (w*x))**2 ))) ))) )/3.14159265

fit F(x) "datos.dat" u 2:5 via Rp,i

p F(x) lc -1, "datos.dat" u 2:5

```

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Astropy. Fits File Handling. Consultado en octubre de 2015 en <http://docs.astropy.org/en/stable/io/fits/>.
- [2] Boyajian, T.S. *et al.* (2012). Stellar Diameters and Temperatures. II. Main-sequence K- and M-stars. *Astrophys. J.* 757, 112.
- [3] Canada-France-Hawaii Telescope. Applying flat field and dark frame corrections. Consultado en Marzo de 2016 en <http://www.cfht.hawaii.edu/~baril/Pyxis/Help/flatdarkfield.html>
- [4] Columbia. Global Temperature. Consultado en febrero 2016 en http://www.columbia.edu/~mhs119/Temperature/T_moreFigs/
- [5] D. Fraquelli & S. E. Thompson, 2014, Kepler Archive Manual (KDMC-10008-005).
- [6] Ducati, J. (2002). VizieR Online Data Catalog: Catalogue of Stellar Photometry in Johnson's 11-color system. VizieR Online Data Catalog 2237. Consultado en Febrero 2016 en <http://cdsads.u-strasbg.fr/abs/2002yCat.2237....0D>.
- [7] Ecured. Telescopio Espacial Kepler. Consultado en noviembre 2015 en http://www.ecured.cu/Telescopio_Espacial_Kepler.
- [8] Exoplanet. Catalog. Consultado en diciembre 2015 en <http://exoplanet.eu/catalog/>.
- [9] G. Hébrard *et al.* (2013). KOI-200 b and KOI-889 b: Two transiting exoplanets detected and characterized with Kepler, SOPHIE, and HARPS-N. *Astronomy & Astrophysics* 554, A114.
- [10] Gnuplot. Gnuplot Homepage. Consultado en Agosto 2015 en <http://gnuplot.info/>.

- [11] Haas, *et al.* (2010). Kepler Science Operations. *Astrophys. J.* 713, L115-119.
- [12] Howell, S.B. *et al.* (2014). The K2 Mission: Characterization and Early Results. *Astronomical Society of the Pacific* 126, 398-408.
- [13] J. L. Christiansen, J. M. Jenkins, D. A. Caldwell, T. Barclay, S. T. Bryson, C. J. Burke, J. Campbell, J. Catanzarite, B. D. Clarke, J. L. Coughlin, F. Girouard, M. R. Haas, K. Ibrahim, T. C. Klaus, J. J. Kolodziejczak, J. Li, S. D. McCauliff, R. L. Morris, F. Mullally, E. V. Quintana, J. Rowe, A. Sabale, S. Seader, J. C. Smith, M. D. Still, P. G. Tenenbaum, S. E. Thompson, J. D. Twicken, and A. K. Uddin. (2013). Kepler Data Characteristics Handbook (KSCI - 19040 - 004).
- [14] J.R. Taylor. (1997) An Introduction to Error Analysis.
- [15] Jacob, W. (1855). On Certain Anomalies presented by the Binary Star 70 Ophiuchi. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 15, 228.
- [16] Jason F. Rowe *et al.* (2014). Validation of Kepler’s Multiple Planet Candidates. III: Light Curve Analysis & Announcement of Hundreds of New Multi-planet Systems. *Astrophys. J.* 784, 45.
- [17] Jon M. Jenkins *et al.* (2010). Overview of the Kepler Science Processing Pipeline. *Astrophys. J.* 713, L87-91.
- [18] Koch *et al.* (2010). Kepler Mission Design, Realized Photometric Performance, and Early Science. *Astrophys. J.* 713, L79-86.
- [19] Laboratory for Atmospheric and Space Physics. Home Page. Consultado en febrero 2016 en <http://lasp.colorado.edu/home/>.
- [20] Launhardt, R. (2009). Exoplanet search with astrometry. *New Astronomy Reviews* 53, 294-300.
- [21] Lopez, Eric D. Fortney, Jonathan J. (2014). Understanding the Mass-Radius Relation for Sub-neptunes: Radius as a Proxy for Composition. *Astrophys. J.* 792, 1-17.
- [22] Lyne, A. G. & Bailes, M. (1991). A planet orbiting the neutron star PSR1829–10. *Nature* 352, 311-313.

- [23] Lyne, A. G. & Bailes, M. (1992). No planet orbiting PSR 1829-10. *Nature* 355, 213.
- [24] Mao, S. & Paczynski, B. (1991). Gravitational microlensing by double stars and planetary systems. *Astrophys. J.* 374, L37-L40.
- [25] Mandel, K. & Agol, E. (2002). Analytic light curves for planetary transit searches. *Astrophys. J.* 580, L171–L175.
- [26] Marcy, G. & Butler, R. *et al.* (1999). Two New Candidate Planets in Eccentric Orbits. *Astrophys. J.* 520, 239-247.
- [27] Mayor, M. & Queloz, D. (1995). A Jupiter-mass companion to a solar-type star. *Nature* 378, 355-359.
- [28] Mikulski Archive for Space Telescopes. Kepler Data Search & Retrieval. Consultado en Agosto de 2015 en https://archive.stsci.edu/kepler/data_search/search.php.
- [29] Mikulski Archive for Space Telescopes. Search Using the MAST Data Discovery Portal. Consultado en Octubre de 2015 en <http://archive.stsci.edu/>.
- [30] Mikulski Archive for Space Telescopes. Kepler . Consultado en Octubre de 2015 en <http://archive.stsci.edu/kepler/>.
- [31] Moré, J. J. (1978). The Levenberg-Marquardt Algorithm: Implementation and Theory. *Lecture Notes in Mathematics* 630, ed. G.A. Watson, New York: Springer-Verlag, 105 - 116.
- [32] NASA. AMES. Consultado en febrero de 2016 en <https://www.nasa.gov/centers/ames/home/>.
- [33] NASA. Goals and Objectives of the Kepler Mission. Consultado en marzo 2016 en <http://kepler.nasa.gov/Science/about/ScientificGoals/>
- [34] NASA. Kepler. Consultado en enero de 2016 en <http://kepler.nasa.gov/Mission/QuickGuide/>.
- [35] NASA. Kepler and K2. Consultado en febrero de 2016 en https://www.nasa.gov/mission_pages/kepler/launch/index.html
- [36] NASA. Kepler and K2 Información General. Consultado en febrero de 2016 en http://www.nasa.gov/mission_pages/kepler/overview/index.html

- [37] NASA. Kepler Mission. Consultado en febrero 2016 en <http://kepler.nasa.gov/mission/QuickGuide/missiondesign/photometer/>.
- [38] NASA. Kepler Mission Manager Update: K2 collecting data. Consultado en Marzo 2016 en <http://www.nasa.gov/ames/kepler/kepler-mission-manager-update-k2-collecting-data/>
- [39] NASA. Spacecraft and Instrument. Consultado en febrero de 2016 en https://www.nasa.gov/mission_pages/kepler/spacecraft/index.html.
- [40] Planetary Habitability Laboratory. A mass classification for both Solar and Extrasolar Planets. Consultado en Febrero de 2016 en <http://phl.upr.edu/library/notes/amassclassificationforbothsolarandextrasolarplanets>.
- [41] Sackett, P. D. (199). Searching for Unseen Planets via Occultation and Microlensing. (Volumen 532, p.189) NATO Advanced Science Institutes (ASI) Series C.
- [42] Saeger, S. & Mallén-Ornelas, G. (2003). A unique solution of planet and star parameters from an extrasolar planet transit light curve. *Astrophys. J.* 585, 1038-1055.
- [43] Sarah Ballard *et al.* (2011). The Kepler-19 System: A Transiting $2.2 R_{\oplus}$ Planet and a Second Planet Detected via Transit Timing Variations. *Astrophys. J.* 743, 200.
- [44] Space Telescope Science Institut. Home. Consultado en febrero de 2016 en <http://www.stsci.edu/institute/>.
- [45] Stern, S. A. & Levison, H. F. (2000). Regarding the criteria for planethood and proposed planetary classification schemes. *Highlights of Astronomy*, Vol. 12, p. 205 - 213.
- [46] William J. Borucki *et al.* (2010). Kepler Planet-Detection Mission: Introduction and First Results. *Science* 327, 977.
- [47] William J. Borucki *et al.* (2010). Kepler-4b: A hot neptune-like planet of a g0 star near main-sequence turnoff. *Astrophys. J.* 713, L126-L130.
- [48] Winn, J. N. (2009). Measuring accurate transit parameters. *Transiting Planets*, Vol 253, p 99-109.

- [49] Wolszczan, A.(1994). Confirmation of Earth-mass planets orbiting the millisecond pulsar PSR B1257+12. *Science* 264, 538–542.