



Universidad de San Carlos de Guatemala
Facultad de Ingeniería
Escuela de Ciencias

MECANISMO DE VIOLACIÓN DE LA SIMETRÍA CP EN EL DECAIMIENTO DE PARTÍCULAS ELEMENTALES

Edgar Joel García Ramírez

Asesorado por el Dr. Gabriel López Castro y

el Lic. Edgar A. Cifuentes Anléu

Guatemala, julio de 2009

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA



FACULTAD DE INGENIERÍA

**MECANISMO DE VIOLACIÓN DE LA SIMETRÍA CP EN
EL DECAIMIENTO DE PARTÍCULAS ELEMENTALES**

TRABAJO DE GRADUACIÓN

PRESENTADA A JUNTA DIRECTIVA DE LA
FACULTAD DE INGENIERÍA

POR:

EDGAR JOEL GARCÍA RAMÍREZ

ASESORADO POR EL DR. GABRIEL LÓPEZ CASTRO Y
EL LIC. EDGAR A. CIFUENTES ANLÉU

AL CONFERÍRSELE EL TÍTULO DE
LICENCIADO EN FÍSICA APLICADA

GUATEMALA, JULIO DE 2009

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
FACULTAD DE INGENIERÍA



NÓMINA DE JUNTA DIRECTIVA

DECANO	Ing. Murphy Olympo Paiz Recinos
VOCAL I	Inga. Glenda Patricia García Soria
VOCAL II	Inga. Alba Maritza Guerrero de López
VOCAL III	Ing. Miguel Ángel Dávila Calderón
VOCAL IV	Br. José Milton De León Bran
VOCAL V	Br. Isaac Sultán Mejía
SECRETARIA	Inga. Marcia Ivónne Véliz Vargas

TRIBUNAL QUE PRACTICÓ EL EXAMEN GENERAL PRIVADO

DECANO	Ing. Murphy Olympo Paiz Recinos
EXAMINADOR	Ing. José Rodolfo Samayoa Dardón
EXAMINADOR	Lic. Gustavo Adolfo Santos
EXAMINADOR	Lic. Edgar A. Cifuentes Anléu
SECRETARIA	Inga. Marcia Ivónne Véliz Vargas

HONORABLE TRIBUNAL EXAMINADOR

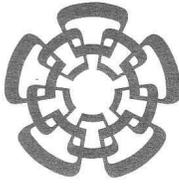
Cumpliendo con los preceptos que establece la ley de la Universidad de San Carlos de Guatemala, presento a su consideración mi trabajo de graduación titulado:

MECANISMO DE VIOLACIÓN DE LA SIMETRÍA CP EN EL DECAIMIENTO DE PARTÍCULAS ELEMENTALES,

tema que me fuera asignado por la Coordinación de la Carrera de Licenciatura en Física Aplicada, el 15 de mayo de 2007.



Edgar Joel García Ramírez



México, D.F. a 13 de diciembre de 2007.

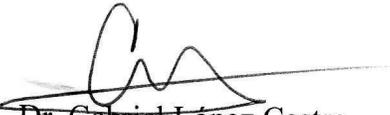
Ing. José Alberto Boy Piedrasanta
Director Escuela de Ciencias
Facultad de Ingeniería
USAC

Señor Director:

Por este medio informo que el estudiante de la licenciatura en Física Aplicada Edgar Joel García Ramírez fue asesorado por el suscrito en su trabajo de graduación "Mecanismo de Violación de la Simetría CP en el Decaimiento de Partículas Elementales".

Habiendo cumplido con los objetivos y metas propuestos para este trabajo, he procedido a la aprobación del mismo. Por lo que el contenido, conclusiones y recomendaciones de este trabajo es responsabilidad, tanto del autor como de sus asesores.

Atentamente,



Dr. Gabriel López Castro
Profesor Titular



Facultad de Ingeniería
Departamento de Física

Ref.Depto.fis.0081-2008
Guatemala, 28 de julio del 2008

Ing. Edwin Adalberto Bracamonte
DIRECTOR, ESCUELA DE CIENCIAS
FACULTAD DE INGENIERIA
USAC, Ciudad

Estimado Ingeniero Bracamonte:

Me dirijo a usted para informarle que he realizado la revisión al trabajo de graduación **“Mecanismo de Violación de la Simetría CP en el Decaimiento de Partículas Elementales”**, presentada por el estudiante **Edgar Joel García Ramírez**; con carné No. 2001-13547; y considerando que cumple con los objetivos de la carrera de Licenciatura en Física Aplicada, le doy mi aprobación, como asesor de dicho trabajo.

Muy Atentamente,

“ID Y ENSEÑAD A TODOS”

Lic. Edgar Aníbal Cifuentes Anléu
A S E S O R

C.c. Archivo



Facultad de Ingeniería
Departamento de Física

Ref.Depto.fis.0085-2008
Guatemala, 07 de agosto del 2008

Ing. Edwin Adalberto Bracamonte
DIRECTOR, ESCUELA DE CIENCIAS
FACULTAD DE INGENIERIA
USAC, Ciudad

Estimado Ingeniero Bracamonte:

Me dirijo a usted para informarle que he realizado la revisión al trabajo de graduación **“Mecanismo de Violación de la Simetría CP en el Decaimiento de Partículas Elementales”**, presentada por el estudiante **Edgar Joel García Ramírez**; con carné No. 2001-13547; y considerando que cumple con los objetivos de la carrera de Licenciatura en Física Aplicada, le doy mi aprobación.

Muy Atentamente,



“ID Y ENSEÑAD A TODOS”

Ing. Otto Miguel Hurtarte Hernández
Jefe del Departamento de Física, y
Coordinador, Lic. En Física Aplicada
Facultad de Ingeniería

C.c. Archivo



UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS
DE GUATEMALA



FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE CIENCIAS

El Director de la Escuela de Ciencias de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de San Carlos de Guatemala, después de conocer el dictamen de los asesores, con el visto bueno del Coordinador de la Carrera de Licenciatura en Física Aplicada al trabajo de graduación del estudiante **EDGAR JOEL GARCÍA RAMÍREZ** titulado “MECANISMO DE VIOLACIÓN DE LA SIMETRÍA CP EN EL DECAIMIENTO DE PARTÍCULAS ELEMENTALES”, procede a la autorización del mismo.

Ing. Edwin Adalberto Bracamonte Orozco
Director Escuela de Ciencias



Guatemala, 26 de junio de 2009

EABOP/scvs



El Decano de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de San Carlos de Guatemala, luego de conocer la aprobación por parte del Director de la Escuela de Ciencias, al trabajo de graduación titulado: **MECANISMO DE VIOLACIÓN DE LA SIMETRÍA CP EN EL DECAIMIENTO DE PARTÍCULAS ELEMENTALES**, presentado por el estudiante universitario **Edgar Joel García Ramírez**, autoriza la impresión del mismo.

IMPRÍMASE.

Ing. Murphy Olympo Paiz Recinos
DECANO

Guatemala, julio de 2009



/gdech

Dedicado a: Jocabel Olivares
por conocerla en un inesperado momento...

AGRADECIMIENTOS A:

- Cinvestav** Al Departamento de Física, del Centro de Investigaciones y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (México) por permitir realizar este trabajo en sus instalaciones.
- Conacyt** Al Sistema Nacional de Investigadores por el apoyo recibido como Ayudante de Investigador Nacional en el período de julio-diciembre 2007.
- Dr. Gabriel López Castro** Por su valiosa asesoría, así como su colaboración para conseguir la beca para la realización del presente trabajo de graduación.
- Lic. Edgar Cifuentes** Por su apoyo y asesoría en la realización del presente trabajo de graduación.
- Mi hermana Gregoria** Por su ayuda desinteresada durante el tiempo de estudio en la carrera de física.
- Compañeros y amigos** Por su amistad y el tiempo compartido durante los tiempos de estudio y fuera de ella.
- Mi padres** A mi madre Patricia Ramírez, por sus buenos consejos; a mi padre Máximo García, aunque ya no está, espero seguir su ejemplo y sus ideales.

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES	III
LISTA DE SÍMBOLOS	V
GLOSARIO	VII
RESUMEN	IX
OBJETIVOS	XI
INTRODUCCIÓN	XIII
1. SIMETRÍAS DISCRETAS	1
1.1. Simetrías C, P y T en física clásica	1
1.2. Simetrías C, P y T en mecánica cuántica	3
1.2.1. Principio de balance detallado	6
1.3. Simetrías C, P y T en electrodinámica cuántica	7
1.3.1. Campos de espín 1	7
1.3.2. Campos de espín 0 (campo de Klein Gordon)	8
1.3.3. Campos de espín 1/2 (campo de Dirac)	9
1.3.4. Simetría CP	14
1.3.5. Simetría CPT	15

2.	VIOLACIÓN CP EN EL MODELO ESTÁNDAR	19
2.1.	Modelo Estándar Electro débil	20
2.1.1.	Matriz de mezcla de quarks	23
2.2.	Violación CP en el Modelo Estándar Electro débil	24
2.2.1.	Parametrización de la matriz CKM	28
2.2.2.	Condiciones para la violación CP	29
3.	FENOMENOLOGÍA DE LA VIOLACIÓN CP EN SISTEMAS DE MESONES	31
3.1.	Mezcla de mesones neutros y su evolución temporal	31
3.2.	Decaimientos dependientes del tiempo en mesones	34
3.2.1.	Clasificación de la violación CP	36
3.3.	Violación CP en el sistema del kaón neutro	37
3.3.1.	Mezcla de quarks a partir de observables en el sistema del kaón neutro	43
3.4.	Violación T en el sistema del kaón neutro	44
3.5.	Oscilaciones en el sistema $B - \bar{B}$	45
3.6.	Violación de CP en el decaimiento $B_d^0 (\bar{B}_d^0) \rightarrow J/\psi K_{L,S}$	47
3.7.	Prueba de la matriz CKM	50
	CONCLUSIONES	53
	REFERENCIAS	55
	BIBLIOGRAFÍA	57

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

FIGURAS

1.	Experimento de Wu. La figura (b) es la imagen especular de la figura (a).	14
2.	En la figura (a) se muestra el triángulo unitario de la ecuación (2.37), en la figura (b) el triángulo unitario reescalado, ambas en un plano complejo.	27
3.	Oscilación mesón-antimesón en el Modelo Estándar.	31
4.	Medida de la dependencia temporal del cociente de decaimiento para K^0 (círculos abiertos) y \bar{K}^0 (círculos cerrados).	40
5.	Diagramas para el decaimiento $B_d^0(\bar{B}_d^0) \rightarrow J/\psi K_S$	48
6.	La gráfica b) (d)) muestra la asimetría ec. (3.88) para los procesos $B^0, \bar{B}^0 \rightarrow J/\psi K_S (J/\psi K_L)$ obtenidos por la colaboración BaBar [10].	50
7.	Contornos en el plano $\bar{\rho} - \bar{\eta}$ que determina la forma del triángulo de unitariedad.	51

TABLAS

I.	Hipercarga e isospín débil en el SM	23
II.	Fracción de decaimiento (BR) para los canales de decaimiento (CD) de los kaones neutros.	39

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolo	Significado
\mathbf{E}	Campo eléctrico
\mathbf{B}	Campo magnético
P	Paridad
C	Conjugación de carga
T	Inversión temporal
H	Hamiltoniano
S	Matriz de dispersión
\mathcal{L}	Densidad lagrangiana
ψ	Función de onda
ϕ	Campo escalar complejo
A^μ	Cuadrivector potencial del campo electromagnético
$F^{\mu\nu}$	Tensor de campo electromagnético
j^μ	Corriente

Símbolo	Significado
D_μ	Derivada covariante
σ^i	Matrices de Pauli
γ^μ	Matrices de Dirac
\mathcal{M}	Matrices de masa de quarks
W	Bosones de norma
I^a	Generadores del grupo de isospín débil
V	Matriz de mezcla de quarks
M	Parte dispersiva del hamiltoniano efectivo
Γ	Parte absorptiva del hamiltoniano efectivo
A_f	Amplitud de decaimiento

GLOSARIO

Antipartícula	Toda partícula tiene su antipartícula correspondiente, la cual se diferencia por su carga eléctrica o algún otro número cuántico.
Bosón	Partículas de espín entero, son las mediadoras de las interacciones fundamentales y obedecen la estadística Bose-Einstein.
Electrodinámica Cuántica	Teoría cuántica del campo electromagnético.
Espacio de fase	Espacio formado por las posiciones generalizadas y sus momentos conjugados correspondientes. En ella se representan todos los estados posibles de un sistema.
Espín	Propiedad de las partículas elementales de tener un momento angular intrínseco.
Fermión	Partículas de espín semientero, son los constituyentes fundamentales de la materia y obedecen la estadística de Fermi-Dirac.
Fotón	Partículas de espín 1, son las mediadoras de las interacciones electromagnéticas y obedecen la estadística Bose-Einstein.
Gluón	Son bosones mediadoras de la interacción fuerte, no poseen masa.

Hadrón	Partículas subatómicas que sienten la interacción fuerte, están compuestas de fermiones (quarks).
Helicidad	Proyección del momento angular sobre la dirección de movimiento.
Interacción Débil	Interacción entre fermiones y leptones mediadas por los bosones W y Z .
Interacción Electromagnética	Interacción que se produce entre partículas con carga eléctrica.
Interacción Fuerte	Interacción de corto alcance, mediado por gluones y mantiene unidos a los quarks, constituyentes de protones y neutrones del núcleo atómico.
Leptón	Fermiones de espín $-1/2$ que sienten la interacción débil pero no la interacción fuerte.
Mesón	Partículas de espín entero (bosón) que sienten la interacción fuerte. Tienen masa comprendida entre la masa de los electrones y neutrones.
Neutrino	Son partículas subatómicas de espín $1/2$ y de carga neutra. Recientemente se ha mostrado que los neutrinos tienen masa aunque de valor muy pequeño.
Quark	Son partículas de espín $1/2$ y al igual que los leptones son los constituyentes fundamentales de la materia.

RESUMEN

En este trabajo de graduación, se estudia el formalismo de las simetrías discretas C , P y T y algunas combinaciones de éstas, en la física clásica, la mecánica cuántica y la electrodinámica cuántica y de como éstas se implementan para estar en acuerdo con el hecho experimental que ellas respetan estas simetrías. Posteriormente, se hace una breve introducción a los principales ingredientes del Modelo Estándar de partículas elementales y se estudia con más detalle el mecanismo de Cabibbo, Kobayashi y Maskawa (CKM), el cual permite dar cuenta de la violación de CP observada en el sector de hadrones. Debido a que esta violación de CP se origina en la mezcla de los quarks de 3 generaciones diferentes, la matriz de mezcla CKM es unitaria y posee una fase no trivial (que describe la violación de CP), y sus elementos así como la propiedad de unitariedad pueden ser medidos/verificados experimentalmente. Para esto, se estudia la fenomenología de sistemas de mesones neutros y mediante la comparación de sus observables con los datos experimentales se muestra de que forma proveen una verificación del mecanismo de CKM de violación de CP .

OBJETIVOS

- **General**

Determinar el mecanismo de violación de la simetría CP en decaimientos de partículas elementales en el marco del Modelo Estándar Electrodébil.

- **Específicos**

1. Describir el formalismo de las simetrías discretas en física clásica, física cuántica no relativista y en electrodinámica cuántica.
2. Estudiar el mecanismo de la violación de la simetría CP en el Modelo Estándar Electrodébil y las pruebas experimentales que lo sustentan.
3. Estudiar la manifestación de la violación de CP a través de la mezcla y amplitudes de decaimiento de mesones pseudoescalares con números cuánticos de extrañeza (K) y de belleza (B).

INTRODUCCIÓN

El concepto de simetría está asociada con la idea de orden, belleza y perfección. La naturaleza está rodeada de objetos con comportamientos y formas simétricas. En el mundo de las matemáticas, la simetría se manifiesta principalmente en la geometría y la teoría de grupos. En geometría, la simetría se asocia a transformaciones como las rotaciones, reflexiones o traslaciones de objetos geométricos. La estructura algebraica de grupo describe las operaciones de simetría, como las rotaciones.

En el lenguaje de la física, se dice que un sistema físico es simétrico si bajo una determinada operación de simetría, el sistema permanece invariante. La simetría de un sistema lleva asociada una determinada ley de conservación, por ejemplo, las transformaciones (*contínuas*) de rotación, traslación espacial y traslación temporal llevan asociadas la conservación del momento angular, el momento lineal y la energía, respectivamente, estando estas, directamente relacionados con las propiedades de isotropía y homogeneidad del espacio y el tiempo. La invariancia de los sistemas físicos frente a las transformaciones mencionadas anteriormente queda plasmada en el *teorema de Noether* que dice que a una determinada simetría contínua le corresponde una determinada ley de conservación.

En física existe otro tipo de simetrías asociadas a transformaciones *discretas*, entre las cuales están: la inversión espacial (P), la conjugación de carga (C) y la inversión temporal (T). Hasta ahora, no se han observado violaciones de éstas simetrías en las interacciones electromagnéticas y fuertes. Se creía que las interacciones débiles respetaban estas simetrías, hasta que en el año 1956, buscando información en datos experimentales, T. D. Lee y C. N. Yang observaron que no había evidencias de que la paridad se conservara en las interacciones débiles y propusieron una serie de pruebas experimentales para corroborarlo. En el año 1957, la violación de esta simetría fue confirmado en el experimento de C. S. Wu, analizando el proceso de decaimiento β débil de núcleos polarizados de cobalto, revelando de paso que la simetría de conjugación de carga era también violada. Entonces, como la interacción débil viola la simetría de paridad y conjugación de carga por separado, se pensó que la transformación combinada CP fuera entonces la verdadera

simetría de las interacciones débiles. Pero de nuevo, en el año de 1964, Christenson y sus colaboradores descubrieron la violación de la simetría CP en el decaimiento $K_L \rightarrow \pi^+\pi^-$, el cual es debido a las interacciones débiles.

Luego de ese descubrimiento, se trataba de dar con el mecanismo responsable de la violación CP en las interacciones débiles. Para mediados de los años 60, cuando se introdujo el modelo de quarks, solo se conocían 3 de ellos (u, d y s). En 1970 se introdujo un cuarto quark, el quark c (mecanismo de Glashow, Iliopoulos y Maiani, GIM) que permitía explicar que los procesos de cambios de sabor (extrañeza) en corrientes neutras (FCNC por sus siglas en inglés) están fuertemente suprimidas. Pronto se supo que en este modelo con dos dobletes, resulta imposible explicar la violación de CP . Con el fin de explicar la violación CP en el decaimiento K_L , en el marco del Modelo Estándar, M. Kobayashi y T. Maskawa extendieron en 1973 a tres el número generaciones de quarks y mostraron que la violación de CP es posible solo si existen al menos 3 generaciones de quarks (o bien, 6 quarks), quedando esta violación determinada por una fase en la matriz de mezcla de quarks.

Durante mucho tiempo el sistema de kaones neutros fué la única evidencia experimental de la violación CP , y por si solo no permitía pruebas concluyentes de sí el mecanismo de Kobayashi-Maskawa (KM) es la única fuente de violación CP en el Modelo Estándar. No fué sino hasta principios de la presente década dió inicio la nueva generación de experimentos, denominados Fábricas de B 's, los experimentos Belle (KEK en Japón) y BaBar (SLAC en Estados Unidos), los cuales observaron efectos de la violación CP en el decaimiento de mesones B , la cual provee observables adicionales que permite probar la validez del modelo Kobayashi-Maskawa más allá del sistema de kaones. Hoy en día, el mecanismo de KM puede considerarse, sino la única, al menos como la fuente dominante de la violación CP en la física de partículas elementales a bajas energías.

En este trabajo se estudia la violación de la simetría CP en el Modelo Estándar, En el primer capítulo se describe el significado de las simetrías discretas así como sus consecuencias en física clásica, física cuántica no relativista y teoría cuántica de campos. En el segundo capítulo se describe brevemente el Modelo Estándar Electrodébil, para ocuparnos con más detalle del sector del Lagrangiano Electrodébil que viola CP , es decir, la matriz de mezcla de quarks (CKM) y sus parametrizaciones más comunes. En el último capítulo se desarrolla el formalismo de mezcla y decaimiento de los sistemas de

mesones neutros K^0 y B_d^0 , su fenomenología, así como la violación de CP en esos sistemas, derivándose de ello los observables de violación CP . Las medidas experimentales de estos observables nos permite obtener conclusiones importantes sobre la validez del mecanismo KM como fuente de la violación de CP en la física de partículas elementales.

1. SIMETRÍAS DISCRETAS

Un sistema físico tiene una determinada simetría si cuando se le somete a un conjunto de transformaciones sus propiedades no se ven modificadas. La simetría de un sistema ante un conjunto de transformaciones lleva asociada la conservación de una magnitud de dicho sistema. En física existen simetrías asociadas a transformaciones *discretas* (determinada por variables discretas), éstas son: simetría de paridad, simetría de conjugación de carga y simetría de inversión temporal. En este capítulo se definen estas simetrías y se discuten algunas consecuencias en física clásica y física cuántica.

1.1. Simetrías C, P y T en física clásica

Paridad: La simetría de paridad, denotada por P , consiste en una transformación en la cual se invierte el signo de las coordenadas espaciales ($\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$), dando como resultado la inversión de los tres ejes de coordenadas respecto al origen. A esta simetría también se le conoce como simetría izquierda-derecha o simetría especular. Bajo P , la velocidad, el momento lineal ($\mathbf{p} = m\mathbf{v}$) y el momento angular ($\mathbf{l} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$) de una partícula se transforman como

$$\mathbf{v} \rightarrow -\mathbf{v}, \quad \mathbf{p} \rightarrow -\mathbf{p}, \quad \mathbf{l} \rightarrow \mathbf{l}. \quad (1.1)$$

Como se observa, los vectores polares cambian de signo, no así los vectores axiales.

El movimiento de una partícula de masa m bajo la acción de una determinada fuerza viene dada por la segunda ley de Newton

$$\mathbf{F} = m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} \quad (1.2)$$

que bajo paridad lleva a la transformación $\mathbf{F} \rightarrow -\mathbf{F}$. Así, una partícula moviéndose bajo la acción de una fuerza central atractiva (invariante bajo P), al tomar las mismas condiciones que su imagen especular, la partícula seguirá la órbita original, es decir, las leyes de la mecánica se siguen cumpliendo para un movimiento dado y su imagen especular, por lo que la paridad se conserva.

Inversión temporal: Esta transformación denotada por T , consiste en cambiar el signo de la coordenada temporal. Al sustituir t por $-t$ en la segunda ley de Newton dada por la ecuación (1.2), ésta permanece invariante bajo inversión temporal, por lo que se espera que un movimiento dado $\mathbf{r}(t)$ y su movimiento inverso $\mathbf{r}(-t)$ sean igualmente posibles. En el mundo microscópico la simetría de inversión temporal es invariante, sin embargo en el mundo macroscópico existe una aparente asimetría, por ejemplo, si se tiene una pila de bloques colocada en forma vertical, una fuerza actúa sobre la pila y lo derriba, al observar la cinta al revés se observa que las piezas se juntan y retoman la configuración inicial. Como el caso de la paridad, si se pudiera llegar a las mismas condiciones iniciales que la cinta al revés (asumiendo que la fuerza gravitacional es invariante ante inversión temporal) el movimiento inverso puede suceder, sin embargo esto no se observa en la naturaleza. Esto, porque la irreversibilidad del movimiento de un estado desordenado (estado final) a uno ordenado (estado inicial), de un sistema complejo está asociado con la irreversibilidad de las condiciones iniciales. En un sistema que es T -invariante, el movimiento de cada variable puede ser reversible, pero la probabilidad de encontrar las condiciones iniciales precisas para llevar hacia la configuración ordenada u original es muy pequeña comparado con la gran complejidad del sistema [30].

Conjugación de carga: Esta operación denotada por C , consiste en cambiar el signo de la carga eléctrica ($Q \rightarrow -Q$) de las partículas de un sistema y tiene sentido solo para las interacciones electromagnéticas, las cuales vienen descritas a través de las siguientes ecuaciones de Maxwell (con fuentes):

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{E} &= 4\pi\rho & \nabla \times \mathbf{E} - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 & \nabla \times \mathbf{B} - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} &= \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}. \end{aligned} \tag{1.3}$$

Ante las operaciones C, P y T , la densidad de carga y corriente y los campos eléctricos ($\mathbf{E} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \phi$) y magnéticos ($\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$) se transforman como

$$\rho \xrightarrow{P} \rho, \quad \mathbf{j} \xrightarrow{P} -\mathbf{j}, \quad \mathbf{E} \xrightarrow{P} -\mathbf{E}, \quad \mathbf{B} \xrightarrow{P} \mathbf{B}, \tag{1.4a}$$

$$\rho \xrightarrow{C} -\rho, \quad \mathbf{j} \xrightarrow{C} -\mathbf{j}, \quad \mathbf{E} \xrightarrow{C} -\mathbf{E}, \quad \mathbf{B} \xrightarrow{C} -\mathbf{B}, \tag{1.4b}$$

$$\rho \xrightarrow{T} \rho, \quad \mathbf{j} \xrightarrow{T} -\mathbf{j}, \quad \mathbf{E} \xrightarrow{T} \mathbf{E}, \quad \mathbf{B} \xrightarrow{T} -\mathbf{B}. \tag{1.4c}$$

Las ecuaciones de Maxwell son invariantes ante las transformaciones anteriores. Bajo la operación combinada CP estas ecuaciones aún permanecen invariantes.

Las propiedades de transformación de las magnitudes físicas definidas anteriormente, muestran que las leyes de la física clásica (leyes de Newton para la mecánica y las ecuaciones de Maxwell para el electromagnetismo) son invariantes bajo C , P y T o ante cualquier combinación de éstas.

1.2. Simetrías C , P y T en mecánica cuántica

En mecánica cuántica no relativista, las operaciones de inversión espacial P y conjugación de carga C se describen mediante operadores unitarios que actúan sobre los vectores estado de una partícula. La operación de inversión temporal T , por su parte, corresponde a un operador antiunitario. Para explorar las consecuencias de las simetrías discretas en la mecánica cuántica se debe estudiar las propiedades de transformación de los operadores y de la función de onda.

Paridad: Al aplicar la operación de inversión espacial sobre el ket estado de una partícula con posición \mathbf{r} se obtiene

$$P|\mathbf{r}\rangle = \eta_P|-\mathbf{r}\rangle \quad (1.5)$$

donde η_P es la paridad intrínseca de la partícula, la cual depende la estructura interna de la partícula y en general se determina experimentalmente. Una segunda aplicación de P sobre el ket $|-\mathbf{r}\rangle$ lleva a $P^2 = 1$, lo que significa que P es hermítico y unitario ($P^\dagger = P^{-1} = P$). Así, η_P puede tomar los eigenvalores ± 1 . Para una partícula con helicidad definida \mathbf{s} , el operador P invierte la helicidad

$$P|\mathbf{p}, \mathbf{s}\rangle = \eta_P|-\mathbf{p}, -\mathbf{s}\rangle. \quad (1.6)$$

Una partícula con momento angular orbital tiene una paridad orbital asociada. En coordenadas polares $\mathbf{r} = (r, \theta, \phi)$, que bajo P lleva a $-\mathbf{r} = (r, \pi - \theta, \pi + \phi)$, la función de onda de la partícula viene dada por

$$\psi(\mathbf{r}) = R(r)Y_{lm}(\theta, \phi) = (-1)^m \left[\frac{(2l+1)(l-m)!}{4\pi(l+m)!} \right]^{1/2} P_l^m(\cos \theta) e^{im\phi} R(r) \quad (1.7)$$

con $l = 1, 2, \dots$ y $m = -l, \dots, +l$. Bajo P los eigenestados de momento angular orbital se transforman como

$$\langle r|P|lm\rangle = \langle -r|lm\rangle = Y_{lm}(-r) = (-1)^l Y_{lm}(r). \quad (1.8)$$

La paridad orbital de una partícula en un estado de momento angular l es $(-1)^l$, y puede tomar los valores $+1$ (para l par) ó -1 (para l impar) que corresponden a un escalar o pseudoescalar respectivamente.

Un sistema es invariante frente a transformaciones de paridad si su hamiltoniano H no se modifica bajo P , es decir $PHP = H$ ó $[P, H] = 0$.

Conjugación de carga: La operación de conjugación de carga consiste en cambiar partículas por antipartículas, así como también los otros números cuánticos aditivos como el número bariónico, número leptónico o la extrañeza. Un sistema es invariante frente a la conjugación de carga si su hamiltoniano no se modifica bajo C (siendo también un operador unitario y hermítico) análogo al operador de paridad. El operador C no conmuta con el operador de carga eléctrica ni con los otros operadores de los demás números cuánticos aditivos. La C -paridad puede tomar los valores ± 1 , para los sistemas totalmente neutros, ya que solo estos tienen C -paridad definida.

Inversión temporal: De acuerdo a la mecánica clásica, la inversión temporal T transforma a los operadores posición y momento como:

$$TrT^{-1} = r, \quad TpT^{-1} = -p. \quad (1.9)$$

Para que T sea consistente con estas transformaciones y con la relación de conmutación de la mecánica cuántica $[r_i, p_j] = i\hbar\delta_{ij}$, es decir:

$$T[r_i, p_j]T^{-1} = [r_i, -p_j] = T i\hbar\delta_{ij} T^{-1} = -i\hbar\delta_{ij} \quad (1.10)$$

T tiene que ser un operador antiunitario, con $TzT = z^*$ para z una cantidad compleja. Un operador antiunitario O se puede definir como el producto $O = UK$ donde U es un operador unitario y K es un operador de conjugación compleja definida como:

$$K[a_1|\psi_1\rangle + a_2|\psi_2\rangle] = a_1^*K|\psi_1\rangle + a_2^*K|\psi_2\rangle = a_1^*|\psi_1^*\rangle + a_2^*|\psi_2^*\rangle \quad (1.11)$$

la cual es la propiedad de antilinealidad, es decir $K|\psi\rangle = |\psi^*\rangle$, donde a_1 y a_2 son constantes complejas arbitrarias. Además, si O representa una transformación de simetría, la acción de ésta sobre $|\psi\rangle$ no cambia el resultado de una medida, por lo que satisface

$$|\langle\phi|O^\dagger O|\psi\rangle|^2 = |\langle\phi|\psi\rangle|^2. \quad (1.12)$$

Por lo tanto, hay dos modos en que esto se puede suceder:

$$\langle \phi | O^\dagger O | \psi \rangle = \langle \phi | \psi \rangle \quad \text{ó} \quad \langle \phi | O^\dagger O | \psi \rangle = \langle \phi | \psi \rangle^*, \quad (1.13)$$

donde la primera igualdad implica que O es unitario, y el último que O es antiunitario. Al sustituir $O = UK$ se verifica la ecuación anterior

$$\langle \phi | O O^\dagger | \psi \rangle = \langle \phi | K^\dagger U^\dagger U K | \psi \rangle = \langle \phi^* | \psi^* \rangle. \quad (1.14)$$

Dado que K es el complejo conjugado de los c -números, entonces $K^2 = 1$, por lo tanto $O^{-1} = KU^\dagger$. Así al aplicar O sobre un operador Q (matriz cuadrada de números complejos), se tiene

$$O Q O^{-1} = U K Q K U^\dagger = U Q^* U^\dagger, \quad (1.15)$$

de donde se obtiene el producto

$$\langle \phi | Q | \psi \rangle = (\langle \phi | O^\dagger) (O Q O^{-1} O | \psi \rangle) = \langle \psi | Q^\dagger | \phi \rangle. \quad (1.16)$$

Considerando ahora la ecuación de Schrödinger

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi(t)\rangle = H |\psi(t)\rangle. \quad (1.17)$$

Dado que el hamiltoniano H es T -invariante sí y sólo sí existe un operador unitario U que satisface

$$U H^* U^\dagger = H, \quad (1.18)$$

tomando el complejo conjugado de la ecuación (1.17) se obtiene la ecuación de Schrödinger bajo inversión temporal

$$-i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi(t)\rangle^* = H^* |\psi(t)\rangle^*, \quad (1.19)$$

al multiplicar por U del lado izquierdo y de acuerdo a la ecuación (1.18) se llega a

$$-i\hbar \frac{\partial}{\partial t} U |\psi(t)\rangle^* = U H^* U^\dagger U |\psi(t)\rangle^* = H U |\psi(t)\rangle^*, \quad (1.20)$$

por lo que si H es T -invariante, entonces $U |\psi(t)\rangle^*$ satisface la ecuación de inversión temporal de Schrödinger.

1.2.1. Principio de balance detallado

El operador hamiltoniano H es un operador hermítico y generador de traslación temporal ($e^{-iH\Delta t}$). La traslación desde un tiempo infinito pasado $t \rightarrow -\infty$ a un tiempo infinito futuro $t \rightarrow +\infty$ viene dada por la matriz de dispersión

$$S = \lim_{\substack{t \rightarrow +\infty \\ t' \rightarrow -\infty}} e^{-iH(t-t')}, \quad (1.21)$$

siendo S una matriz unitaria ($SS^\dagger = 1$). Ella se puede separar en su parte trivial (la matriz unitaria), y la no trivial (matriz de transición) \mathcal{H} en la siguiente forma:

$$S = 1 + i\mathcal{H}. \quad (1.22)$$

De la ecuación anterior y la propiedad de antiunitariedad de T , se obtiene

$$TST^{-1} = S^\dagger. \quad (1.23)$$

Para obtener una correspondencia con la Mecánica Clásica, se define T de modo que

$$T|\mathbf{p}_a, \mathbf{s}_a\rangle = e^{i\theta_a} |-\mathbf{p}_a, -\mathbf{s}_a\rangle \quad (1.24)$$

donde $|\mathbf{p}_a, \mathbf{s}_a\rangle$ es el estado de una partícula con momento \mathbf{p}_a y espín \mathbf{s}_a . De acuerdo a las ecuaciones (1.16), (1.23) y (1.24), se obtiene

$$\langle \mathbf{p}_a, \mathbf{s}_a | S | \mathbf{p}_b, \mathbf{s}_b \rangle = e^{i(\theta_a - \theta_b)} \langle -\mathbf{p}_b, -\mathbf{s}_b | S | -\mathbf{p}_a, -\mathbf{s}_a \rangle \quad (1.25)$$

por lo tanto, la invariancia bajo T implica que

$$|\langle \mathbf{p}_a, \mathbf{s}_a | S | \mathbf{p}_b, \mathbf{s}_b \rangle|^2 = |\langle -\mathbf{p}_b, -\mathbf{s}_b | S | -\mathbf{p}_a, -\mathbf{s}_a \rangle|^2. \quad (1.26)$$

A esta relación se conoce como la relación recíproca o *principio de balance detallado*. Significa que la probabilidad que un estado inicial b se disperse en un estado final a es la misma que un estado idéntico a a pero con todos los momentos y espín invertidos, se disperse a un estado final b con todos los momentos y espín invertidos. Lo importante de esta relación es que ella puede ser sometida a pruebas experimentales y de esta manera verificar si a nivel de la mecánica cuántica la inversión temporal es una simetría.

1.3. Simetrías C, P y T en electrodinámica cuántica

En teoría cuántica de campos, las simetrías se introducen asumiendo que los operadores transforman estados de manera que dejan los observables físicos sin ningún cambio. La teoría se formula de tal manera que para el estado base o «vacío», la acción o el hamiltoniano y las condiciones de cuantización permanezcan invariantes, esto es

$$P|0\rangle = |0\rangle, \quad C|0\rangle = |0\rangle, \quad T|0\rangle = |0\rangle, \quad (1.27)$$

$$S = \int d^4x \mathcal{L}(t, \mathbf{r}) \rightarrow S.$$

1.3.1. Campos de espín 1

El lagrangiano que describe el campo electromagnético $F^{\mu\nu}$ y su interacción con la corriente electromagnética ej^μ viene dada por

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - ej^\mu A_\mu \quad (1.28)$$

donde $F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$ es el tensor de campo de fuerza, $A^\mu = (V, \mathbf{A})$ es el cuadrivector potencial del campo electromagnético y $j^\mu = (\rho, \mathbf{j})$ es la corriente. De este lagrangiano se obtiene la ecuación de movimiento de Maxwell expresada en forma compacta y covariante

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = ej^\nu. \quad (1.29)$$

En la segunda cuantización, el campo $A^\mu(t, \mathbf{r})$, es un operador hermítico. Con esto, se pueden postular las siguientes propiedades de transformación para campos cuánticos:

$$\begin{aligned} PA_\mu(t, \mathbf{r})P^\dagger &= A^\mu(t, -\mathbf{r}), & Pj^\mu(t, \mathbf{r})P^\dagger &= j_\mu(t, -\mathbf{r}), \\ CA_\mu(t, \mathbf{r})C^\dagger &= -A_\mu(t, \mathbf{r}), & Cj^\mu(t, \mathbf{r})C^\dagger &= -j^\mu(t, \mathbf{r}), \\ TA_\mu(t, \mathbf{r})T^{-1} &= A^\mu(-t, \mathbf{r}), & Tj^\mu(t, \mathbf{r})T^{-1} &= j_\mu(-t, \mathbf{r}). \end{aligned} \quad (1.30)$$

De las propiedades anteriores, el lagrangiano (1.28) permanece invariante (por consistencia con el electromagnetismo) bajo C, P y T , así:

$$\begin{aligned} P\mathcal{L}(t, \mathbf{r})P^\dagger &= \mathcal{L}(t, -\mathbf{r}), \\ C\mathcal{L}(t, \mathbf{r})C^\dagger &= \mathcal{L}(t, \mathbf{r}), \\ T\mathcal{L}(t, \mathbf{r})T^{-1} &= \mathcal{L}(-t, \mathbf{r}), \end{aligned} \quad (1.31)$$

y por consiguiente también bajo cualquier combinación de tales transformaciones.

1.3.2. Campos de espín 0 (campo de Klein Gordon)

Una partícula cargada con espín igual a cero, con masa m y carga q moviéndose en un campo electromagnético dado por el potencial A^μ , puede describirse por un campo complejo $\phi(t, \mathbf{r})$. El lagrangiano viene dado por

$$\mathcal{L}_{KG} = (\partial_\mu \phi^\dagger - iqA_\mu \phi^\dagger)(\partial^\mu \phi + iqA^\mu \phi) - m^2 \phi^\dagger \phi. \quad (1.32)$$

Paridad: Bajo paridad se tiene que

$$P\phi(t, \mathbf{r})P^\dagger = e^{i\alpha_p} \phi(t, -\mathbf{r}). \quad (1.33)$$

donde α , es un factor de fase arbitrario. Tomando su conjugado hermítico se obtiene

$$P\phi^\dagger(t, \mathbf{r})P^\dagger = e^{-i\alpha_p} \phi^\dagger(t, -\mathbf{r}). \quad (1.34)$$

Bajo paridad se tiene que $\partial^\mu \rightarrow \partial_\mu$, entonces de acuerdo a las transformaciones (1.30) se encuentra que

$$P\mathcal{L}_{KG}(t, \mathbf{r})P^\dagger = \mathcal{L}_{KG}(t, -\mathbf{r}). \quad (1.35)$$

Al expresar los campos $\phi(t, \mathbf{r})$ en términos de los operadores de creación y aniquilación, se tiene la expresión

$$\phi(t, \mathbf{r}) = \int \frac{d^3\mathbf{p}}{\sqrt{(2\pi)^3 2E_p}} [b(\mathbf{p})e^{-ip\cdot r} + d^\dagger(\mathbf{p})e^{ip\cdot r}] \quad (1.36)$$

donde $b(\mathbf{p})$ y $d(\mathbf{p})$ son los operadores de aniquilación para partículas y antipartículas respectivamente. La propiedad de transformación (1.34) para los operadores de creación y aniquilación llevan a

$$Pb(\mathbf{p})P^\dagger = b(-\mathbf{p}), \quad Pd(\mathbf{p})P^\dagger = d(-\mathbf{p}). \quad (1.37)$$

Para los bosones, la paridad de la partícula y antipartícula coinciden.

Conjugación de carga: Aplicando el operador C al campo $\phi(t, \mathbf{r})$, de acuerdo a las transformaciones dadas en las expresiones (1.30) se tiene

$$C\phi(t, \mathbf{r})C^\dagger = e^{i\alpha_c} \phi^\dagger(t, \mathbf{r}), \quad C\phi^\dagger(t, \mathbf{r})C^\dagger = e^{-i\alpha_c} \phi(t, \mathbf{r}). \quad (1.38)$$

De acuerdo a esto, el lagrangiano \mathcal{L}_{KG} se transforma como

$$\begin{aligned} C\mathcal{L}_{KG}C^\dagger &= (\partial_\mu\phi + iqA_\mu\phi)(\partial^\mu\phi^\dagger - iqA^\mu\phi^\dagger) - m^2\phi\phi^\dagger \\ &= \mathcal{L}_{KG}(t, \mathbf{r}). \end{aligned} \quad (1.39)$$

Bajo C los operadores de creación y aniquilación se transforman como

$$Cb(\mathbf{p})C^\dagger = d(\mathbf{p}), \quad (1.40)$$

así, la conjugación de carga cambia partículas por antipartículas.

Inversión temporal: Asimismo, bajo inversión temporal, se tiene

$$T\phi(t, \mathbf{r})T^{-1} = e^{i\alpha t}\phi(-t, \mathbf{r}), \quad T\phi^\dagger(t, \mathbf{r})T^{-1} = e^{-i\alpha t}\phi^\dagger(-t, \mathbf{r}), \quad (1.41)$$

de estas dos expresiones, se tiene por lo tanto que

$$\begin{aligned} T\mathcal{L}_{KG}T^{-1} &= (-\partial^\mu\phi^\dagger + iqA^\mu\phi)(-\partial_\mu\phi + iqA_\mu\phi) - m^2\phi^\dagger\phi \\ &= \mathcal{L}_{KG}(-t, \mathbf{r}). \end{aligned} \quad (1.42)$$

De las ecuaciones (1.41), las propiedades de transformación para los operadores de creación y aniquilación son

$$Tb(\mathbf{p})T^{-1} = b(-\mathbf{p}), \quad Td(\mathbf{p})T^{-1} = d(-\mathbf{p}). \quad (1.43)$$

1.3.3. Campos de espín 1/2 (campo de Dirac)

El lagrangiano de Dirac el cual describe la interacción de una partícula de espín 1/2 con el campo electromagnético, tiene la siguiente forma

$$\mathcal{L}_D = \bar{\psi}(t, \mathbf{r}) [\gamma_\mu(i\partial^\mu - qA^\mu) - m] \psi(t, \mathbf{r}), \quad (1.44)$$

donde $\psi(t, \mathbf{r})$ es una función de onda formulada como espinores de cuatro componentes, y γ^μ son las matrices 4×4 de Dirac. La matriz $\gamma_5 \equiv i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$ al igual que γ^μ son matrices que obedecen las relaciones de anticonmutación (álgebra de Clifford) $[\gamma^\mu, \gamma^\nu] = 2g^{\mu\nu}$, siendo $g^{\mu\nu}$ el tensor métrico definido por $\text{diag}[-1, 1, 1, 1]$. Las matrices γ^μ y γ_5 en la representación de Dirac, vienen dadas de la siguiente forma:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma_5 = \begin{pmatrix} -I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} \quad (1.45)$$

donde las σ^i son las matrices de Pauli, dadas por

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (1.46)$$

Entonces, se tiene que $\{\gamma_5, \gamma^\mu\} = 0$ y $\gamma_5^2 = 1$ donde los eigenvalores de γ_5 se llaman quiralidad, que puede tomar los valores ± 1 .

Los proyectores derechos e izquierdos (matrices de proyección de quiralidad) se introducen mediante:

$$\gamma_{R(L)} \equiv \frac{1 \pm \gamma_5}{2}, \quad (1.47)$$

los cuales satisfacen las siguientes propiedades de matrices de proyección:

$$\begin{aligned} \gamma_R + \gamma_L &= 1, \\ \gamma_{L(R)}^2 &= \gamma_{L(R)}, \\ \gamma_R \gamma_L &= \gamma_L \gamma_R = 0. \end{aligned} \quad (1.48)$$

Por lo tanto, se pueden definir espinores izquierdos (L) y derechos (R) como

$$\begin{aligned} \psi_L &\equiv \gamma_L \psi, & \bar{\psi}_L &= \bar{\psi} \gamma_R, \\ \psi_R &\equiv \gamma_R \psi, & \bar{\psi}_R &= \bar{\psi} \gamma_L, \end{aligned} \quad (1.49)$$

que se conocen también como espinores de Weyl. En el límite de masa cero, los fermiones tienen quiralidad bien definida (+1 para ψ_R y -1 para ψ_L). Es de utilidad escribir las matrices 4×4 de Dirac A y \mathcal{C} tales que

$$A \gamma_\mu = \gamma_\mu^\dagger A, \quad \gamma_\mu \mathcal{C} = -\mathcal{C} \gamma_\mu^T, \quad (1.50)$$

donde $\mathcal{C} = \text{diag}[c, -c]$, con $c = i\sigma^2$. En las representaciones usuales de las matrices de Dirac (representaciones de Dirac, Weyl y Majorana) se tiene que $A = \gamma^0$.

En la segunda cuantización $\psi(t, \mathbf{r})$ es un operador de campos fermiónicos, donde los campos espinoriales se pueden expresar convenientemente en términos de componentes de Fourier de la siguiente forma:

$$\psi(t, \mathbf{r}) = \int \frac{d^3 \mathbf{p}}{(2\pi)^{3/2}} \sqrt{\frac{m}{E_p}} \sum_{s=\pm} [b(\mathbf{p}, \mathbf{s}) u(\mathbf{p}, \mathbf{s}) e^{-ip \cdot r} + d^\dagger(\mathbf{p}, \mathbf{s}) v(\mathbf{p}, \mathbf{s}) e^{ip \cdot r}] \quad (1.51)$$

donde $b(b^\dagger)$ y $d(d^\dagger)$ corresponde a los operadores de aniquilación (creación) para partículas y antipartículas, respectivamente. Los espinores $u(\mathbf{p}, \mathbf{s})$ y $v(\mathbf{p}, \mathbf{s})$ representan las soluciones a la ecuación de Dirac, en el espacio momento: $(\not{p} - m)u_r(\mathbf{p}, \mathbf{s}) = 0$ y $(\not{p} + m)v_r(\mathbf{p}, \mathbf{s}) = 0$.

Paridad: Del álgebra de Dirac, se tiene $\gamma^0\gamma_\mu\gamma^0 = \gamma^\mu$, lo que sugiere que

$$P\psi(t, \mathbf{r})P^\dagger = e^{i\beta_p}\gamma^0\psi(t, -\mathbf{r}), \quad P\bar{\psi}(t, \mathbf{r})P^\dagger = e^{-i\beta_p}\bar{\psi}(t, -\mathbf{r})\gamma^0, \quad (1.52)$$

por lo que la acción de Dirac es invariante bajo P . Aplicando ahora la transformación de paridad al lagrangiano de Dirac lleva a

$$\begin{aligned} P\mathcal{L}_D(t, \mathbf{r})P^\dagger &= \bar{\psi}(t, \mathbf{r})\gamma^0\{\gamma_\mu[i\partial^\mu - qA_\mu(t, -\mathbf{r})] - m\}\gamma^0\psi(t, -\mathbf{r}) \\ &= \bar{\psi}(t, \mathbf{r})\{\gamma^\mu[i\partial^\mu - qA_\mu(t, -\mathbf{r})] - m\}\psi(t, -\mathbf{r}) \\ &= \mathcal{L}_D(t, -\mathbf{r}). \end{aligned} \quad (1.53)$$

Bajo paridad, los operadores de creación y aniquilación se transforman como

$$\begin{aligned} Pb(\mathbf{p}, \mathbf{s})P^\dagger u(\mathbf{p}, \mathbf{s})e^{-ip\cdot r} + Pd^\dagger(\mathbf{p}, \mathbf{s})P^\dagger v(\mathbf{p}, \mathbf{s})e^{ip\cdot r} \\ = Pb(-\mathbf{p}, \mathbf{s})P^\dagger u(-\mathbf{p}, \mathbf{s})e^{-i(E_p t + \mathbf{p}\cdot\mathbf{r})} + Pd^\dagger(-\mathbf{p}, \mathbf{s})P^\dagger v(-\mathbf{p}, \mathbf{s})e^{i(E_p t + \mathbf{p}\cdot\mathbf{r})} \\ = Pb(-\mathbf{p}, \mathbf{s})P^\dagger\gamma_0 u(\mathbf{p}, \mathbf{s})e^{-i(E_p t + \mathbf{p}\cdot\mathbf{r})} - Pd^\dagger(-\mathbf{p}, \mathbf{s})P^\dagger\gamma_0 v(\mathbf{p}, \mathbf{s})e^{i(E_p t + \mathbf{p}\cdot\mathbf{r})} \end{aligned} \quad (1.54)$$

lo cual satisface la ecuación (1.51) con

$$\begin{aligned} \gamma_0\psi(t, -\mathbf{r}) \\ = \gamma_0 \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^{3/2}} \sqrt{\frac{m}{E_p}} \sum_{s=\pm} [b(\mathbf{p}, \mathbf{s})u(\mathbf{p}, \mathbf{s})e^{-i(E_p t + \mathbf{p}\cdot\mathbf{r})} + d^\dagger(\mathbf{p}, \mathbf{s})v(\mathbf{p}, \mathbf{s})e^{i(E_p t + \mathbf{p}\cdot\mathbf{r})}] \end{aligned} \quad (1.55)$$

el cual requiere que

$$Pb(\mathbf{p}, \mathbf{s})P^\dagger = b(-\mathbf{p}, \mathbf{s}), \quad Pd(\mathbf{p}, \mathbf{s})P^\dagger = -d(-\mathbf{p}, \mathbf{s}), \quad (1.56)$$

de aquí se deduce que los fermiones y antifermiones llevan paridad intrínseca opuesta.

Conjugación de carga: Introduciendo un nuevo biespinor de la forma

$$\begin{aligned} \psi^c(t, \mathbf{r}) &\equiv \mathcal{C}\bar{\psi}^T(t, \mathbf{r}) \\ \bar{\psi}^c(t, \mathbf{r}) &\equiv \psi^\dagger(t, \mathbf{r})\gamma^0 \end{aligned} \quad (1.57)$$

donde T significa transpuesta, con $\bar{\psi}^T = (\psi^\dagger\gamma^0)^T = \gamma^0\psi^*$. La matriz \mathcal{C} se escribe explícitamente como $\mathcal{C} = i\gamma^2\gamma^0$, que satisface las relaciones $\mathcal{C}^{-1}\gamma^\mu\mathcal{C} = -\gamma^{\mu T}$ y $\mathcal{C} = -\mathcal{C}^{-1} = -\mathcal{C}^\dagger =$

$-\mathcal{C}^T$. De estos resultados y de las ecuaciones (1.49), se obtiene

$$\begin{aligned}(\psi_{R,L})^c &= \psi_{L,R}^c = \mathcal{C}\bar{\psi}_{L,R}^T \\(\bar{\psi}_{R,L})^c &= \bar{\psi}_{L,R}^c = \psi_{L,R}^T\mathcal{C}\end{aligned}\tag{1.58}$$

lo que significa que los espinores R (de mano derecha) se pueden escribir como espinores L (de mano izquierda) de proyección de carga conjugada y viceversa.

Bajo la transformación de C se tiene entonces que

$$C\psi C^\dagger = e^{i\beta_c}\psi^c, \quad C\bar{\psi} C^\dagger = e^{-i\beta_c}\bar{\psi}^c\tag{1.59}$$

donde $\bar{\psi}^c = -\psi^T\mathcal{C}^{-1}$. Entonces, bajo C el lagrangiano de Dirac se transforma como

$$\begin{aligned}C\mathcal{L}_D(t, \mathbf{r})C^\dagger &= -\psi^T\mathcal{C}^{-1}[\gamma_\mu(i\partial^\mu + qA^\mu) - m]\mathcal{C}\bar{\psi}^T \\&= \psi^T[\gamma_\mu^T(i\partial^\mu + qA^\mu) + m]\bar{\psi}^T \\&= \bar{\psi}[\gamma_\mu(i\partial^\mu + qA^\mu) + m]\psi \\&= \mathcal{L}_D(t, \mathbf{r}).\end{aligned}\tag{1.60}$$

La conjugación de carga transforma a los operadores de creación y aniquilación como

$$Cb(\mathbf{p}, s)C^\dagger = sd(\mathbf{p}, -s).\tag{1.61}$$

Una evidencia directa de la no conservación de la simetría de conjugación de carga, ocurre en el siguiente decaimiento experimental

$$\begin{aligned}\mu^- &\rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu \\ \mu^+ &\rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu\end{aligned}$$

donde el positrón del primer decaimiento es izquierdo y el del segundo es derecho, mientras que la conjugación de carga produce la misma polarización.

Inversión temporal: Bajo inversión temporal, se tiene

$$T\psi(t, \mathbf{r})T^{-1} = U_T\psi^*(t, \mathbf{r})U_T^\dagger = e^{i\beta_t}\gamma_0^*\gamma_5^*\mathcal{C}^*A\psi(-t, \mathbf{r})\tag{1.62}$$

donde se escribe $T = UK$, con $U = \gamma^1\gamma^2$, entonces

$$\begin{aligned}T\bar{\psi}(t, \mathbf{r})T^{-1} &= U_T\bar{\psi}^*(t, \mathbf{r})U_T^\dagger = \left[U_T\psi^*(t, \mathbf{r})U_T^\dagger\right]^\dagger A^* \\&= -e^{-i\beta_t}\psi^\dagger(-t, \mathbf{r})\mathcal{A}\mathcal{C}\gamma_5^T\gamma_0^T A^* \\&= e^{-i\beta_t}\psi^\dagger(-t, \mathbf{r})(\mathcal{C}^{-1})^*\gamma_5^*\gamma^*,\end{aligned}\tag{1.63}$$

por lo que la transformación bajo T deja la acción de Dirac invariante. Bajo T el lagrangiano de Dirac, se transforma como sigue:

$$\begin{aligned}
& T\mathcal{L}_D(t, \mathbf{r})T^{-1} \\
&= U_T\mathcal{L}_D^*(t, \mathbf{r})U_T^\dagger \\
&= U_T\bar{\psi}^*(t, \mathbf{r})U_T^\dagger [\gamma_\mu^* (-i\partial^\mu - qU_TA^{\mu*}(t, \mathbf{r})) - m] U_T\psi^*(t, \mathbf{r})U_T^\dagger \\
&= \psi^\dagger(-t, \mathbf{r})(\mathcal{C}^{-1})^*\gamma_5^*\gamma_0^* [\gamma_\mu^* (-i\partial^\mu - qA_\mu(-t, \mathbf{r})) - m] \gamma_0^*\gamma_5^*\mathcal{C}^*\gamma^0\psi(-t, \mathbf{r}) \\
&= \bar{\psi}(-t, \mathbf{r}) [\gamma^\mu (-i\partial^\mu - qA_\mu(-t, \mathbf{r})) - m] \psi(-t, \mathbf{r}) \\
&= \mathcal{L}_D(-t, \mathbf{r}).
\end{aligned} \tag{1.64}$$

Las propiedades de transformación para los operadores creación y aniquilación son:

$$Tb(\mathbf{p}, s)T^{-1} = sb(-\mathbf{p}, -s), \quad Td(\mathbf{p}, s)T^{-1} = sd(-\mathbf{p}, -s). \tag{1.65}$$

Violación de la paridad

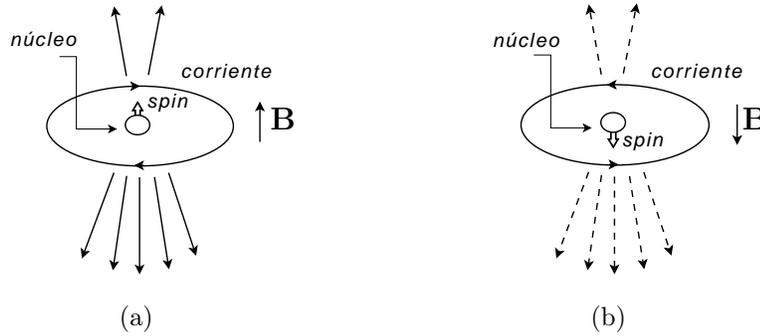
Al observar un fenómeno físico, la conservación de la paridad indica que el fenómeno correspondiente a su imagen especular debe observarse también en la naturaleza. Así, la simetría de paridad como una ley fundamental de conservación se daba por hecho, pero en el año 1956 T. D. Lee y C. N. Yang, a partir de una serie de datos experimentales observaron que esta simetría se verificaba para decaimientos por interacción fuerte y electromagnética pero no había evidencias de que ocurriera también para la interacción débil. Esta sospecha se originó de un problema de la física conocido como enigma $\theta - \tau$, el cual se manifestaba mediante los siguientes procesos de decaimiento

$$\begin{aligned}
\theta^+ &\longrightarrow \pi^+ + \pi^0, \\
\tau^+ &\longrightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^-.
\end{aligned} \tag{1.66}$$

Ambas partículas (θ^+ y τ^+) tenían dentro de los límites experimentales, la misma masa y la misma vida media. La ley de conservación de la paridad nos indica que estas dos partículas deberían ser diferentes (θ^+ tiene paridad $+1$ y τ^+ tiene paridad -1), de lo contrario la paridad no se conserva. Lee y Yang propusieron la hipótesis de que en realidad las partículas θ y τ eran la misma pero que en las interacciones débiles la paridad no se conserva. Esto fué confirmado en 1957 en un experimento realizado por C. S. Wu, el cual consistió en colocar una muestra de ^{60}Co en un campo magnético externo con

el fin de alinear los espines de los núcleos atómicos con la muestra enfriada a 0.1 K (a esta temperatura, la mayoría de núcleos del ^{60}Co se orientan en la dirección del campo magnético). Por la interacción débil, este núcleo radiactivo decae por emisión de electrones $^{60}\text{Co} \rightarrow ^{60}\text{Ni} + e^- + \bar{\nu}$. Si la paridad se conserva, se espera la misma proporción de electrones emitidos en la dirección de la orientación de los espines como en la dirección opuesta, de forma tal que el fenómeno y su imagen especular fueran indistinguibles.

FIGURA 1: Experimento de Wu. La figura (b) es la imagen especular de la figura (a).



Como se observa en la figura 1, la imagen especular invierte la dirección del espín. El resultado experimental reveló que la mayoría de electrones son emitidos en la dirección opuesta a la del espín nuclear. Los *electrones izquierdos* son preferencialmente emitidos que los *electrones derechos*. Esto es porque en la desintegración β , el neutrino emitido con el positrón es siempre izquierdo y el antineutrino que se emite con el electrón es siempre derecho.

1.3.4. Simetría CP

Para los espinores de Dirac $\psi(t, \mathbf{r})$, de acuerdo a las propiedades de transformación dadas en las expresiones (1.49), ésta se transforma bajo CP como

$$\begin{aligned} (CP)\psi(t, \mathbf{r})(CP)^\dagger &= e^{i\xi_\psi} \gamma^0 \mathcal{C} \bar{\psi}^T(t, -\mathbf{r}), \\ (CP)\bar{\psi}(t, \mathbf{r})(CP)^\dagger &= -e^{-i\xi_\psi} \psi^T(t, -\mathbf{r}) \mathcal{C}^{-1} \gamma^0. \end{aligned} \tag{1.67}$$

Reglas similares se obtienen para los espinores izquierdos y derechos. Para dos campos bilineales cualquiera ψ_α y ψ_β , estos se transforman bajo CP como¹

$$\begin{aligned}
(CP)(\bar{\psi}_\alpha\psi_\beta)(CP)^\dagger &= \bar{\psi}_\beta\psi_\alpha && \text{escalar,} \\
(CP)(\bar{\psi}_\alpha\gamma_5\psi_\beta)(CP)^\dagger &= -\bar{\psi}_\beta\gamma_5\psi_\alpha && \text{pseudoescalar,} \\
(CP)(\bar{\psi}_\alpha\gamma^\mu\psi_\beta)(CP)^\dagger &= -\bar{\psi}_\beta\gamma^\mu\psi_\alpha && \text{vector,} \\
(CP)(\bar{\psi}_\alpha\gamma^\mu\gamma_5\psi_\beta)(CP)^\dagger &= -\bar{\psi}_\beta\gamma^\mu\gamma_5\psi_\alpha && \text{vector axial.}
\end{aligned} \tag{1.68}$$

Tomando las combinaciones lineales apropiadas de las expresiones anteriores se obtienen las siguientes expresiones equivalentes

$$\begin{aligned}
(CP)(\bar{\psi}_\alpha\gamma_{L,R}\psi_\beta)(CP)^\dagger &= \bar{\psi}_\beta\gamma_{R,L}\psi_\alpha, \\
(CP)(\bar{\psi}_\alpha\gamma^\mu\gamma_{L,R}\psi_\beta)(CP)^\dagger &= -\bar{\psi}_\beta\gamma^\mu\gamma_{L,R}\psi_\alpha.
\end{aligned} \tag{1.69}$$

De las propiedades de transformación CP para los distintos campos dados anteriormente, se obtienen

$$\begin{aligned}
(CP)A^\mu(t, \mathbf{r})(CP)^\dagger &= -A_\mu(t, \mathbf{r}), \\
(CP)\phi(t, \mathbf{r})(CP)^\dagger &= e^{i\alpha}\phi^\dagger(t, -\mathbf{r}), \\
(CP)\psi(t, \mathbf{r})(CP)^\dagger &= e^{i\beta}\gamma_0\mathcal{C}A^T\psi^{\dagger T}(t, -\mathbf{r}), \\
(CP)\bar{\psi}(t, \mathbf{r})(CP)^\dagger &= -e^{-i\beta}\psi^T(t, -\mathbf{r})\mathcal{C}^{-1}\gamma_0.
\end{aligned} \tag{1.70}$$

Cabe mencionar que la lagrangiana que describe los campos libres (ψ, ϕ) y su interacción con el campo electromagnético es invariante bajo la transformación CP .

1.3.5. Simetría CPT

La transformación combinada de las operaciones de inversión espacial, conjugación de carga e inversión temporal lleva a la transformación CPT , la cual es descrito por un operador antiunitario. Haciendo $\Theta \equiv CPT$, el campo escalar y el campo de Dirac se transforman como sigue

$$\begin{aligned}
\Theta\phi(x)\Theta^{-1} &= \zeta\phi^\dagger(-x), \\
\Theta\psi(x)\Theta^{-1} &= -\zeta i\gamma_5\gamma_0\bar{\psi}^T(-x),
\end{aligned} \tag{1.71}$$

donde se ha hecho $\zeta = e^{-i\beta_c}e^{-i\beta_p}e^{-i\beta_t}$ y $x = (t, \mathbf{r})$. Las fases dependen de las clases de partículas descritos por sus respectivos campos, las cuales se eligen de tal forma que para

¹Por comodidad, se omite la transformación $(t, \mathbf{r}) \rightarrow (t, -\mathbf{r})$, así como las fases libres.

todas las partículas $e^{i\beta_c} e^{i\beta_p} e^{i\beta_t} = 1$. Bajo Θ el campo electromagnético, la corriente y el campo eléctrico y magnético se transforman como:

$$\begin{aligned}\Theta A^\mu(x)\Theta^{-1} &= -A^\mu(-x), & \Theta \mathbf{E}(x)\Theta^{-1} &= \mathbf{E}(-x), \\ \Theta j^\mu(x)\Theta^{-1} &= -j^\mu(-x), & \Theta \mathbf{B}(x)\Theta^{-1} &= \mathbf{B}(-x).\end{aligned}\tag{1.72}$$

Finalmente bajo CPT los campos bilineales de las expresiones (1.68) se transforman como:

$$\begin{aligned}\Theta(\bar{\psi}_\alpha\psi_\beta)\Theta^{-1} &= \bar{\psi}_\beta\psi_\alpha && \text{escalar,} \\ \Theta(\bar{\psi}_\alpha\gamma_5\psi_\beta)\Theta^{-1} &= \bar{\psi}_\beta\gamma_5\psi_\alpha && \text{pseudoescalar,} \\ \Theta(\bar{\psi}_\alpha\gamma^\mu\psi_\beta)\Theta^{-1} &= -\bar{\psi}_\beta\gamma^\mu\psi_\alpha && \text{vector,} \\ \Theta(\bar{\psi}_\alpha\gamma^\mu\gamma_5\psi_\beta)\Theta^{-1} &= -\bar{\psi}_\beta\gamma^\mu\gamma_5\psi_\alpha && \text{vector axial.}\end{aligned}\tag{1.73}$$

donde (x) se transforma bajo Θ como $(-x)$.

Entonces, de acuerdo a las propiedades de transformación para los diferentes campos dados arriba, un lagrangiano dado se transforma bajo Θ como

$$\Theta\mathcal{L}(x)\Theta^{-1} = \mathcal{L}(-x),\tag{1.74}$$

el cual permanece invariante. Esto lleva a establecer el siguiente teorema (originalmente propuesto por Lüders y Pauli a mediados de los años 50):

Teorema CPT . *Si la teoría de los campos de interacción es descrito mediante un lagrangiano local y hermítico que es invariante bajo el grupo de Poincaré entonces la teoría es invariante bajo la transformación CPT (sean o no invariantes bajo las transformaciones C, P y T por separado).*

Expresado en términos más sencillos, una teoría/modelo de campos diseñada para describir partículas y sus interacciones es invariante ante la transformación combinada de CPT si dicha teoría/modelo es cuántica y relativista.

1.3.5.1. Consecuencias de la invariancia CPT

Una de las consecuencias inmediatas del teorema CPT es que la validez o invalidez de una de las invariancias C, P o T es equivalente a la validez o no del producto de los otros dos. Así, la violación de la invariancia CP implica la violación de la invariancia T en la

misma proporción. Otra de las consecuencias del teorema CPT es la igualdad de masas y vidas medias entre partículas y antipartículas.

Hasta la fecha no se ha reportado la observación de desviaciones a la simetría CPT . La eventualidad de su violación indicaría que la forma de poner juntos a la mecánica cuántica y/o a la teoría especial de la relatividad en una teoría cuántica de campos es incorrecta. La prueba más precisa de que CPT es una simetría exacta, se ha reportado en el sistema compuesto por una partícula denominada mesón neutro K^0 y su antipartícula \bar{K}^0 : los experimentos más precisos indican que si existiera una violación de CPT , la diferencia de masas entre los mesones K^0 y \bar{K}^0 sería [9]

$$\frac{m_{K^0} - m_{\bar{K}^0}}{m_{K^0}} < 10^{-18}. \quad (1.75)$$

Gran parte de los esfuerzos teóricos y experimentales en la actualidad de la física de partículas elementales consiste en investigar si existen posibles violaciones en la simetría CPT .

2. VIOLACIÓN CP EN EL MODELO ESTÁNDAR

En este capítulo se hace una breve descripción de los ingredientes del Modelo Estándar Electrodébil de partículas elementales, poniendo énfasis especial en el mecanismo de mezcla de quarks, el cual provee la violación de la simetría CP en el sector de quarks.

El Modelo Estándar (SM) de las interacciones fuertes y electrodébiles es una teoría de norma local y no abeliana basada en el grupo simétrico semisimple

$$SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y.$$

En este modelo, los constituyentes de la materia y sus interacciones son tres generaciones de fermiones fundamentales con dos quarks y dos leptones por cada generación¹. Los campos de fermiones levógiros (izquierdos) de cada familia de leptones y quarks están agrupados en dobletes del grupo $SU(2)$ y los fermiones dextrógiros (derechos) en singletes, así:

$$Q_{jL} = \begin{pmatrix} U_j \\ D_j \end{pmatrix}_L, \quad L_{jL} = \begin{pmatrix} \nu_j \\ l_j \end{pmatrix}_L, \quad U_{jR}, D_{jR}, \quad l_{jR}, \quad (2.1)$$

donde $U_j = (u, c, t)$, $D_j = (d, s, b)$, $l_j = (e, \mu, \tau)$ y $\nu_j = (\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau)$. La quiralidad de los campos fermiónicos vienen definidas por

$$\psi_{R(L)} = \frac{1}{2}(1 \pm \gamma_5)\psi \quad (2.2)$$

donde ψ denota a leptones y quarks.

El grupo $SU(3)$ corresponde a las interacciones fuertes donde cada uno de los campos de quarks forman un triplete interactuando a través de un octete de gluones (G_μ^a).

El sector $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ corresponde a las interacciones electrodébiles, el cual contiene cuatro bosones de norma (W_μ^a y B^μ), tres de los cuales adquieren masa, mediante el mecanismo de Higgs de rompimiento espontáneo de la simetría $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, el cual también da masas a los fermiones.

¹El número de generaciones no es especificado por el Modelo Estándar, pero se tiene evidencia experimental de que existen al menos 3 de ellas.

2.1. Modelo Estándar Electrodébil

El lagrangiano del Modelo Estándar Electrodébil se construye de tal manera que sea invariante bajo el grupo local $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, con rompimiento espontáneo de simetría. El lagrangiano electrodébil viene dado por la suma de los lagrangianos de norma, de Higgs, de fermiones y de Yukawa:

$$\mathcal{L}_{EW} = \mathcal{L}_G + \mathcal{L}_H + \mathcal{L}_F + \mathcal{L}_Y. \quad (2.3)$$

Lagrangiano de campos de norma: Esta parte del lagrangiano Electrodébil es conocida también como lagrangiano de Yang-Mills, donde cada una de las cargas generalizadas están asociadas con un campo vectorial: el triplete de campos de norma W_μ^a , $a = 1, 2, 3$ (W^\pm , Z y γ), con los generadores I^a (en la representación doblete estas vienen dadas por las matrices de Pauli $I^a = \frac{1}{2}\sigma^i$) del grupo de isospín débil $SU(2)_L$ y el campo isosinglete B_μ con la hipercarga débil Y del grupo $U(1)_Y$ los cuales satisfacen el álgebra de Lie

$$[I^a, I^b] = i\epsilon^{abc}I^c, \quad [I^a, Y] = 0 \quad (2.4)$$

donde ϵ^{abc} es la constante de estructura antisimétrica del grupo $SU(2)$.

El lagrangiano de norma viene dado por

$$\mathcal{L}_G = -\frac{1}{4}W_{\mu\nu}^a W^{\mu\nu,a} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} \quad (2.5)$$

con los campos tensoriales de fuerza dados por

$$\begin{aligned} W_{\mu\nu}^a &= \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a + g\epsilon^{abc}W_\mu^b W_\nu^c, \\ B_{\mu\nu} &= \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \end{aligned} \quad (2.6)$$

donde g es la constante de acoplamiento del grupo $SU(2)$ y g' la constante de acoplamiento del grupo Abelian $U(1)$. La derivada covariante viene dada por

$$\begin{aligned} D_\mu &= \partial_\mu - igI^a W_\mu^a - ig'\frac{Y}{2}B_\mu \\ \text{con } I^a W_\mu^a &= W_\mu^1 I^1 + W_\mu^2 I^2 + W_\mu^3 I^3, \end{aligned} \quad (2.7)$$

y donde el operador de carga eléctrica Q está dada por la relación de Gell-Mann-Nishijima

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2}. \quad (2.8)$$

Lagrangiano de campos fermiónicos e interacciones de norma: Cada multiplete de fermiones levógiros y dextrógiros es un eigenestado de la hipercarga Y . De acuerdo a la regla de sustitución mínima [19], la interacción fermión-bosones de norma viene dada por el siguiente lagrangiano

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_F &= \bar{\psi}_L i\gamma^\mu \left(\partial_\mu - igI^a W_\mu^a - ig' \frac{Y}{2} B_\mu \right) \psi_L + \bar{\psi}_R i\gamma^\mu \left(\partial_\mu - ig' \frac{Y}{2} B_\mu \right) \psi_R \\
&= \sum_j \bar{L}_{jL} i\gamma^\mu D_\mu L_{jL} + \sum_j \bar{l}_{jR} i\gamma^\mu D_\mu l_{jR} + \sum_j \bar{Q}_{jL} i\gamma^\mu D_\mu Q_{jL} \\
&\quad + \sum_j \bar{U}_{jR} i\gamma^\mu D_\mu U_{jR} + \sum_j \bar{D}_{jR} i\gamma^\mu D_\mu D_{jR}
\end{aligned} \tag{2.9}$$

el cual es invariante ante $SU(2)_L \times U(1)_Y$. Debido a la invariancia de norma local, no hay términos de masa para los fermiones en el lagrangiano anterior.

Lagrangiano del campo de Higgs: Para construir fermiones y bosones de norma masivos, se implementa el rompimiento espontáneo de la invariancia de norma mediante el mecanismo de Higgs, el cual preserva la simetría del grupo $U(1)$. Para ello se introduce un único campo escalar complejo que se transforma como doblete bajo $SU(2)_L$ con hipercarga débil $Y = +1$

$$\phi(x) = \begin{pmatrix} \varphi^+(x) \\ \varphi^0(x) \end{pmatrix}. \tag{2.10}$$

Este campo se acopla a los campos de norma vía la derivada covariante, lo cual lleva al lagrangiano

$$\mathcal{L}_H = (D_\mu \phi)^+ (D^\mu \phi) - V(\phi), \tag{2.11}$$

donde el potencial de autointeracción de Higgs es

$$V(\phi) = -\mu^2 \phi^+ \phi - \frac{\lambda}{4} (\phi^+ \phi)^2, \tag{2.12}$$

el cual se construye eligiendo los parámetros λ y μ de tal manera que ϕ tenga un valor de expectación en el vacío diferente de cero

$$|\langle 0 | \phi | 0 \rangle|^2 = \frac{v^2}{2}, \quad \text{con } v = \sqrt{\frac{\mu^2}{\lambda}}. \tag{2.13}$$

Al exigir la invariancia de norma del campo electromagnético, el campo de Higgs se puede escribir como

$$\phi(x) = \begin{pmatrix} \varphi^+(x) \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v + h(x) + i\chi(x)) \end{pmatrix} \tag{2.14}$$

donde los componentes φ^+ , χ (bosones de Goldstone) y h tienen valor de expectación en el vacío igual a cero. De acuerdo a la invariancia del lagrangiano, los dos primeros no tienen significado físico, sin embargo, en la norma unitaria éstos términos no aparecen y el campo de Higgs tiene la forma

$$\phi(x) = \begin{pmatrix} \varphi^+ \\ \varphi^0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix}. \quad (2.15)$$

Para los bosones de norma se puede definir

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 \mp iW_\mu^2) \quad (2.16)$$

y para los campos de norma neutros A y Z como una rotación ortogonal de B y W_3

$$\begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & \sin \theta_W \\ -\sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

el cual lleva a la diagonalización de los términos de masa para los bosones de norma que surgen en la parte cinética del lagrangiano de Higgs (2.11) luego de sustituir el valor de expectación de v en el vacío.

Lagrangiano de Yukawa: Para dotar de masa a los fermiones cargados, se introducen los acoplamientos de Yukawa con fermiones, que involucran un doblete de fermiones levógiros, un singlete de fermiones dextrógiros y un doblete de Higgs. Así, se tiene el lagrangiano

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_Y &= - \sum_{j,k} [g_{jk}^U \overline{Q}_{jL} \tilde{\varphi} U_{kR} + g_{jk}^D \overline{Q}_{jL} \varphi D_{kR} + g_{jk}^l \overline{L}_{jL} \varphi l_{jR} + h.c.] \\ &= - \sum_{jk} \left[g_{jk}^U \overline{Q}_{jL} \begin{pmatrix} \varphi^{0*} \\ -\varphi^- \end{pmatrix} U_{kR} + g_{jk}^D \overline{Q}_{jL} \begin{pmatrix} \varphi^+ \\ \varphi^0 \end{pmatrix} D_{kR} \right. \\ &\quad \left. + g_{jk}^l \overline{L}_{jL} \begin{pmatrix} \varphi^+ \\ \varphi^0 \end{pmatrix} l_{kR} + h.c. \right] \end{aligned} \quad (2.18)$$

donde $h.c.$ significa conjugado hermítico y las g_{jk} son constantes arbitrarias de acoplamiento de Yukawa que forman matrices con elementos complejos. Al sustituir φ^0 por su valor de expectación v se obtienen los términos de masa

$$\mathcal{L}_m = -\mathcal{M}_{jk}^U \overline{U}_{jL} U_{kR} - \mathcal{M}_{jk}^D \overline{D}_{jL} D_{kR} - \mathcal{M}_{jk}^l \overline{l}_{jL} l_{kR} + h.c. \quad (2.19)$$

con $\mathcal{M}_{jk}^U = v g_{jk}^U$, $\mathcal{M}_{jk}^D = v g_{jk}^D$ y $\mathcal{M}_{jk}^l = v g_{jk}^l$, donde $\mathcal{M}^{U,D,l}$ son las matrices de masa de los quarks up y down y de los leptones, respectivamente.

2.1.1. Matriz de mezcla de quarks

Los acoplamientos de Yukawa involucran fermiones de diferentes generaciones, por lo que las matrices de masa de fermiones no son diagonales. Debido a esto los eigenestados de masa de fermiones son diferentes a los eigenestados débiles los cuales tienen definidas las propiedades de transformación de norma. Las matrices de masa no son necesariamente hermíticas. Para que dichas matrices puedan representar campos físicos es necesario diagonalizarlas por medio de las transformaciones bi-unitarias

$$\begin{aligned} U_{L,R} &= \mathcal{U}_{L,R} u_{L,R} & l_{L,R} &= \mathcal{V}_{L,R} \mathcal{E}_{L,R} \\ D_{L,R} &= \mathcal{D}_{L,R} d_{L,R} & \nu_L &= \mathcal{V}_L \nu_L \end{aligned} \quad (2.20)$$

donde $u_{L,R}$, $d_{L,R}$, $\mathcal{E}_{L,R}$ y ν_L denotan los eigenestados de masa de quarks y leptones. Las matrices 3×3 unitarias $\mathcal{U}_{L,R}$, $\mathcal{D}_{L,R}$ y $\mathcal{V}_{L,R}$ se eligen de modo que diagonalizan \mathcal{M}_U , \mathcal{M}_D y \mathcal{M}_l , respectivamente

$$\begin{aligned} \mathcal{U}_L^\dagger \mathcal{M}_U \mathcal{U}_R &= \mathcal{M}_u = \text{diag}(m_u, m_c, m_t) \\ \mathcal{D}_L^\dagger \mathcal{M}_D \mathcal{D}_R &= \mathcal{M}_d = \text{diag}(m_d, m_s, m_b) \\ \mathcal{V}_L^\dagger \mathcal{M}_l \mathcal{V}_R &= \mathcal{M}_\mathcal{E} = \text{diag}(m_e, m_\mu, m_\tau) \end{aligned} \quad (2.21)$$

donde las m_i denotan las masas de quarks y leptones. Los elementos de las matrices diagonales son reales y no negativos.

TABLA I: Hipercarga e isospín débil en el SM

	U_R	U_L	D_R	D_L	v	l_R	l_L
Y	2/3	1/6	-1/3	1/6	-1/2	-1	-1/2
I^3	0	1/2	0	-1/2	1/2	0	-1/2
Q	2/3	2/3	-1/3	-1/3	0	-1	-1

Sustituyendo los números cuánticos de hipercarga e isospín débil en el lagrangiano fermiónico, se derivan las interacciones de corriente neutra

$$\mathcal{L}_Z = e A^\mu J_\mu^{\text{em}} + \frac{g}{c_W} (J_\mu^3 - s_W^2 J_\mu^{\text{em}}) Z^\mu \quad (2.22)$$

con $e = g \sin \theta_W = g' \cos \theta_W$, $c_W = \cos \theta_W$ y $s_W = \sin \theta_W$, donde la corriente electromag-

nética y la corriente neutra débil están dadas respectivamente por

$$\begin{aligned}
J_\mu^{\text{em}} &= \frac{2}{3} (\overline{U}_L \gamma_\mu U_L + \overline{U}_R \gamma_\mu U_R) - \frac{1}{3} (\overline{D}_L \gamma_\mu D_L + \overline{D}_R \gamma_\mu D_R) \\
&\quad - \frac{1}{2} (\overline{l}_L \gamma_\mu l_L) - \overline{l}_R \gamma_\mu l_R, \\
J_\mu^3 &= \frac{1}{2} (\overline{U}_L \gamma_\mu U_L - \overline{D}_L \gamma_\mu D_L + \overline{\nu}_L \gamma_\mu \nu_L - \overline{l}_L \gamma_\mu l_L)
\end{aligned} \tag{2.23}$$

y la interacción de la corriente cargada con los campos de bosones cargados débiles W^\pm está dada por

$$\mathcal{L}_W = \frac{g}{\sqrt{2}} \sum_j \left[W_\mu^+ \overline{U}_{jL} \gamma^\mu D_{jL} + W_\mu^- \overline{D}_{jL} \gamma^\mu U_{jL} + W_\mu^+ \overline{\nu}_{jL} \gamma^\mu l_{jL} + W_\mu^- \overline{l}_{jL} \gamma^\mu \nu_{jL} \right]. \tag{2.24}$$

Al escribir este lagrangiano en términos de los eigenestados de masa de quarks (2.20) toma la forma

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_W &= \frac{g}{\sqrt{2}} (W_\mu^+ \overline{u}_L \mathcal{U}_L^\dagger \gamma^\mu \mathcal{D}_L d_L + W_\mu^- \overline{d}_L \mathcal{D}_L^\dagger \gamma^\mu \mathcal{U}_L u_L) \\
&= \frac{g}{\sqrt{2}} (W_\mu^+ \overline{u}_L \gamma^\mu V d_L + W_\mu^- \overline{d}_L \gamma^\mu V^\dagger u_L)
\end{aligned} \tag{2.25}$$

donde V es la matriz de mezcla de sabores definida como

$$V = \mathcal{U}_L^\dagger \mathcal{D}_L \tag{2.26}$$

siendo esta una matriz 3×3 y unitaria $V V^\dagger = 1$. A esta matriz se le denomina matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa en honor a quienes lo descubrieron [24].

2.2. Violación CP en el Modelo Estándar Electrodébil

Bajo CP , los campos de bosones vectoriales W_μ^\pm se transforman como

$$(CP) W_\mu^\pm(t, \mathbf{r}) (CP)^\dagger = -e^{\mp \xi_W} W^{\mu\mp}(t, -\mathbf{r}) \tag{2.27}$$

donde ξ_W es una fase arbitraria. Ante una transformación CP los dos términos del lagrangiano (2.25) se intercambian entre sí, dando lugar al siguiente lagrangiano:

$$\mathcal{L}_W \xrightarrow{CP} \mathcal{L}_W^{CP} = \frac{g}{\sqrt{2}} (W_\mu^- \overline{d}_L \gamma^\mu V u_L + W_\mu^+ \overline{u}_L \gamma^\mu V^\dagger d_L). \tag{2.28}$$

Comparando este resultado con la ecuación (2.25) se ve que las interacciones cargadas de fermiones respetan la simetría CP solamente si V es una matriz real!. Como se verá más

adelante, para que se viole CP se necesita entonces que V sea una matriz compleja, lo cual ocurre si existen al menos 3 generaciones de quarks. Entonces, en el Modelo Estándar de partículas elementales, la violación de la simetría CP ocurre en el sector de corriente cargada debido a la presencia de 3 generaciones de quarks. A continuación se muestra explícitamente que la violación CP puede ocurrir si existen al menos 3 generaciones de quarks. Considerando el caso general de n generaciones de quarks, la matriz unitaria de mezcla de quarks contiene n^2 parámetros, los cuales pueden elegirse como

$$\begin{aligned} n(n-1)/2 & \text{ ángulos de rotación de Euler, y} \\ n(n+1)/2 & \text{ fases.} \end{aligned} \tag{2.29}$$

Debido a la estructura bilineal de las corrientes fermiónicas en el Modelo Estándar, es posible reabsorber $2n-1$ fases en los campos de fermiones mediante las transformaciones

$$u_L \rightarrow e^{i\phi(u)}u_L, \quad d_L \rightarrow e^{i\phi(d)}d_L, \tag{2.30}$$

por lo que el número de fases se reduce a

$$\frac{n(n+1)}{2} - (2n-1) = \frac{(n-1)(n-2)}{2}. \tag{2.31}$$

De lo anterior, se puede concluir que, para que exista al menos una fase en la matriz CKM, es necesario $n \geq 3$, es decir que existan al menos 3 generaciones de quarks. Para los casos particulares de 2, 3 y 4 generaciones, la matriz de mezcla de quarks se puede parametrizar en términos de:

$$\text{Ángulos de Euler} = \begin{cases} 1 & \text{para } n = 2 \\ 3 & \text{para } n = 3 \\ 6 & \text{para } n = 4 \end{cases} \quad \text{fases} = \begin{cases} 0 & \text{para } n = 2 \\ 1 & \text{para } n = 3 \\ 3 & \text{para } n = 4 \end{cases}$$

Así, para el caso de 2 generaciones la matriz de mezcla de quarks V es real y viene determinado por un sólo parámetro, el ángulo de mezcla de sabores, llamado ángulo de Cabibbo [6].

La generalización de la matriz de mezcla de Cabibbo a tres generaciones fue propuesta por Kobayashi y Maskawa [24] con el fin de acomodar la violación CP observada en decaimientos del mesón K_L . Dicha matriz conecta los eigenestados débiles (d', s', b') con

sus correspondientes eigenestados de masa (d, s, b), que para el caso de tres familias, viene dada de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}. \quad (2.32)$$

Una parametrización explícita derivada por Kobayashi y Maskawa es:

$$\begin{aligned} V &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & -s_2 \\ 0 & c_2 & c_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 & -s_1 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\delta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_3 & s_3 \\ 0 & s_3 & -c_3 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} c_1 & -s_1 c_3 & -s_1 s_3 \\ s_1 c_2 & c_1 c_2 c_3 - s_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 c_2 s_3 + s_2 c_3 e^{i\delta} \\ s_1 s_2 & c_1 s_2 c_3 + c_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 s_2 s_3 - c_2 c_3 e^{i\delta} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.33)$$

donde $c_i = \cos \theta_i$ y $s_i = \sin \theta_i$, y θ_i , son los 3 ángulos de Euler y δ es la fase que viola CP . Como la matriz CKM es unitaria, se tiene la relación de ortogonalidad

$$\sum_{i=1}^3 V_{ij} V_{ik}^* = 0; \quad j \neq k. \quad (2.34)$$

Haciendo $j = d$ y $k = b$ y multiplicando por el factor $V_{ub}^* V_{ud}$ se obtiene

$$|V_{ub} V_{ud}|^2 + V_{ub}^* V_{ud} V_{cd}^* V_{db} + V_{ub}^* V_{ud} V_{td}^* V_{tb} = 0. \quad (2.35)$$

Procediendo de forma análoga para las otras relaciones de ortogonalidad y tomando la parte imaginaria de los productos se encuentra que

$$\text{Im} (V_{ij}^* V_{kl} V_{il}^* V_{kj}) = J \sum_{m,n=1}^3 \epsilon_{ikm} \epsilon_{jln}, \quad \text{para } i, j, k, l = 1, 2, 3. \quad (2.36)$$

De aquí se puede deducir que la violación CP en el Modelo Estándar puede ocurrir solo si $J \neq 0$. Las 6 relaciones de ortogonalidad contenida en (2.34) pueden representarse geométricamente en un plano complejo como seis triángulos unitarios los cuales tienen la misma área ($|J|/2$). Éstos, son una medida de la intensidad de la violación CP en el Modelo Estándar. El triángulo que se obtiene de multiplicar la primera columna por el complejo conjugado de la tercera, es:

$$V_{ud} V_{ub}^* + V_{cd} V_{cb}^* + V_{td} V_{tb}^* = 0, \quad (2.37)$$

es invariante ante la transformación de fase, por lo que puede rotarse bajo tales transformaciones y la forma del nuevo triángulo permanece sin cambio. El hecho que los ángulos internos y la longitud de los lados del triángulo unitario permanezcan sin cambio, implica que son independientes del convenio de fases y por ello físicamente observables [4]. Este triángulo se muestra en la figura 2.

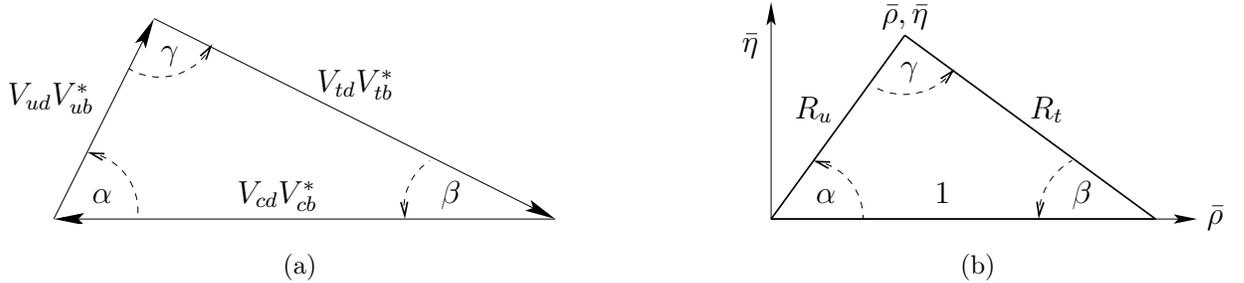
Es de utilidad reescalar el triángulo unitario, eligiendo el convenio de fase tal que $V_{cd}V_{cb}^*$ sea real, y dividiendo la ecuación (2.37) por $V_{cd}V_{cb}^*$ se obtiene

$$\begin{aligned} \frac{V_{cd}V_{cb}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} &= 1, \\ \frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} &\equiv \bar{\rho} + i\bar{\eta} = \sqrt{\bar{\rho}^2 + \bar{\eta}^2}e^{i\gamma}, \\ \frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} &\equiv 1 - (\bar{\rho} + i\bar{\eta}) = \sqrt{(1 - \bar{\rho})^2 + \bar{\eta}^2}e^{i\beta}, \end{aligned} \quad (2.38)$$

donde resulta el triángulo unitario con un lado de longitud 1 y los otros dos dados por

$$R_t \equiv \left| \frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} \right| = \sqrt{(1 - \bar{\rho})^2 + \bar{\eta}^2}, \quad R_u \equiv \left| \frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} \right| = \sqrt{\bar{\rho}^2 + \bar{\eta}^2}. \quad (2.39)$$

FIGURA 2: En la figura (a) se muestra el triángulo unitario de la ecuación (2.37), en la figura (b) el triángulo unitario reescalado, ambas en un plano complejo.



Los ángulos internos del triángulo unitario α, β y γ (otra notación común para estos ángulos es φ_2, φ_1 y φ_3 , respectivamente) están definidas por

$$\alpha \equiv \arg\left(-\frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{ud}V_{ub}^*}\right), \quad \beta \equiv \arg\left(-\frac{V_{cd}V_{cb}^*}{V_{td}V_{tb}^*}\right), \quad \gamma \equiv \arg\left(-\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*}\right), \quad (2.40)$$

y la expresión para el ángulo β en términos de los nuevos parámetros queda de la forma

$$\sin(2\beta) = \frac{2(1 - \bar{\rho})\bar{\eta}}{(1 - \bar{\rho})^2 + \bar{\eta}^2}. \quad (2.41)$$

El objetivo principal de los experimentos Belle (KEK, Japón) y Babar (SLAC, USA) denominadas también fábrica de mesones B , es el determinar los lados y ángulos interiores del triángulo unitario definido por (2.37). El probar que las diferentes medidas de los lados y ángulos interiores del triángulo unitario (2.37) efectivamente forma un triángulo (es decir $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$), se considera como la prueba de que el mecanismo de mezcla de quarks propuesto por Cabibbo, Kobayashi y Maskawa efectivamente es el responsable de la violación CP en el sector de quarks. La propiedad de unitariedad de la matriz CKM provee relaciones entre los diferentes parámetros que en ella intervienen. Así, por ejemplo, es posible tener una estimación de los ángulos interiores del triángulo (2.37) con medidas observables que no violan CP . Los ángulos extraídos de ese análisis muestran que [26]:

$$\alpha = (97.3_{-5.0}^{+4.5})^\circ, \quad \beta = (22.9_{-1.0}^{+1.0})^\circ, \quad \gamma = (59.8_{-4.1}^{+4.9})^\circ \quad (2.42)$$

con la restricción de que $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$. El objetivo de las fábricas de mesones es determinar mediante medidas directas de estos ángulos si esto es lo que efectivamente ocurre. De no ser así, esto significa que se requiere de una nueva física que no está contenida en el Modelo Estándar.

2.2.1. Parametrización de la matriz CKM

Como se mencionó en la sección anterior, la matriz CKM se puede parametrizar mediante tres ángulos de rotación y una fase, donde la fase se introduce de modo que no pueda eliminarse por una transformación de fase. La primera parametrización de la matriz CKM es la introducida por Kobayashi y Maskawa dada por la matriz (2.33). Chau y Keung introdujeron una parametrización diferente para la matriz de mezcla de quarks [7], dada de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} V &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta_{13}} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{-i\delta_{13}} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_{13}} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.43)$$

donde $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$ y $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$ denotan las mezclas entre las generaciones i y j . Si en la parametrización de Chau y Keung se define:

$$s_{12} = \lambda, \quad s_{23} = A\lambda^2, \quad s_{13}e^{-i\delta} = A\lambda^3(\rho - i\eta), \quad (2.44)$$

al expandir la matriz resultante en potencias de λ hasta términos de $\mathcal{O}(\lambda^3)$, se obtiene la llamada parametrización de Wolfenstein [33]:

$$V = \begin{pmatrix} 1 - \lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \lambda^2/2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4) \quad (2.45)$$

donde A, ρ y η son números reales, siendo A del orden de la unidad y $\lambda \simeq 0.22$. La importancia de esta parametrización es que resalta la estructura jerárquica (determinada por potencias de λ) de la matriz CKM. Es común pensar que el hecho que la matriz CKM tiene elementos de orden 1 en la diagonal y potencias de λ fuera de ella, que esto nos indica algo (no se sabe qué) sobre su origen, a saber sobre los acoplamientos de Yukawa en el Modelo Estándar.

De la ecuación (2.38), en la parametrización de Wolfenstein se tiene [27]

$$\bar{\rho} = \rho \left(1 - \frac{\lambda^2}{2}\right), \quad \bar{\eta} = \eta \left(1 - \frac{\lambda^2}{2}\right), \quad (2.46)$$

y expandiendo los términos de (2.37) en potencias de orden bajo de λ , se obtiene

$$V_{ud}V_{ub}^* = A\lambda^3(\bar{\rho} + i\bar{\eta}) + \mathcal{O}(\lambda^7), \quad (2.47a)$$

$$V_{cd}V_{cb}^* = -A\lambda^3 + \mathcal{O}(\lambda^7), \quad (2.47b)$$

$$V_{td}V_{tb}^* = A\lambda^3(1 - (\bar{\rho} + i\bar{\eta})) + \mathcal{O}(\lambda^7). \quad (2.47c)$$

El cociente entre $|V_{ub}|$ y $|V_{cb}|$ se puede expresar de la forma

$$\left| \frac{V_{ub}}{V_{cb}} \right| = \frac{\lambda}{1 - \frac{\lambda^2}{2}} \sqrt{\bar{\rho}^2 + \bar{\eta}^2} \quad (2.48)$$

que define un círculo en el plano $\bar{\rho}, \bar{\eta}$, como se puede observar en la figura 7 del capítulo 3.

2.2.2. Condiciones para la violación CP

Se puede definir una cantidad de violación CP [23] en la matriz CKM que es independiente de las parametrizaciones, la llamada J , la cual en la parametrización de Chau y

Keung viene dada por

$$J = c_{12}c_{13}^2c_{23}s_{12}s_{13}s_{23} \sin \delta_{13}. \quad (2.49)$$

En resumen, las condiciones necesarias para la violación CP en el Modelo Estándar electrodébil son:

$$m_u \neq m_c \neq m_t, \quad m_d \neq m_s \neq m_b, \quad (2.50a)$$

$$J \equiv \text{Im}(V_{ij}^*V_{kl}V_{il}^*V_{kj}) \neq 0, \quad (2.50b)$$

$$\delta_{13} \neq 0, \frac{\pi}{2}. \quad (2.50c)$$

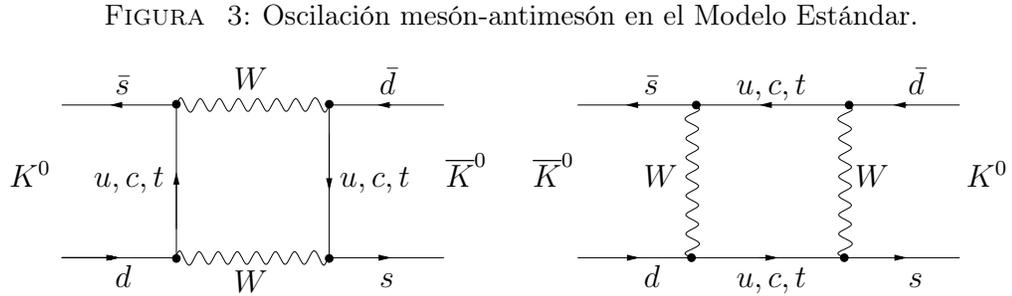
Mas aún, si este Modelo es correcto, todas las observables físicas asociadas a la violación de CP debe venir determinada por una sola fase.

3. FENOMENOLOGÍA DE LA VIOLACIÓN CP EN SISTEMAS DE MESONES

La violación de CP observada en física de partículas, se manifiesta en la mezcla de mesones neutros (violación indirecta de CP) y en las amplitudes de decaimiento (violación directa de CP). En este capítulo se revisa el formalismo que describe estas manifestaciones de la violación de la simetría CP . Como en todo fenómeno que involucra la observación de fases, en mecánica cuántica, el fenómeno de interferencia entre las amplitudes juega un papel muy importante, por eso se centra la discusión en estos aspectos del fenómeno de violación de CP .

3.1. Mezcla de mesones neutros y su evolución temporal

Algunos de los experimentos diseñados para detectar la violación de CP se basan en el fenómeno de oscilación partícula-antipartícula o más precisamente mesón-antimesón. En esta sección se describe este fenómeno.



Si se ignora la interacción débil, se puede considerar un sistema formado por un mesón X^0 (K^0, D^0, B_d^0, B_s^0) y su antipartícula \bar{X}^0 ($\bar{K}^0, \bar{D}^0, \bar{B}_d^0, \bar{B}_s^0$). De acuerdo con la simetría CPT , este sistema es degenerado y debido a que se está ignorando las interacciones débiles, X^0 y \bar{X}^0 no se mezclan debido a la conservación de sabor. Así, un mesón X^0 (\bar{X}^0) una vez producido se propaga sin cambiar su identidad, es decir no se mezcla o no oscila hacia

su antipartícula \bar{X}^0 (X^0). Cuando se enciende la interacción débil, se pueden producir cambios de sabor debido a las corrientes cargadas de acuerdo a la figura 3 (se ilustra el caso $K^0 - \bar{K}^0$).

En presencia de la interacción débil, el hamiltoniano efectivo que describe el sistema (X^0, \bar{X}^0) y las transiciones entre estos estados es:

$$\mathcal{H} = M - \frac{i}{2}\Gamma = \begin{pmatrix} M_{11} - \frac{i}{2}\Gamma_{11} & M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12} \\ M_{21} - \frac{i}{2}\Gamma_{21} & M_{22} - \frac{i}{2}\Gamma_{22} \end{pmatrix}, \quad (3.1)$$

donde M y $\Gamma/2$ denotan, respectivamente, la parte dispersiva y absorptiva de la transición (X^0, \bar{X}^0) \leftrightarrow (X^0, \bar{X}^0)

$$\begin{aligned} M_{ij} &= m_0\delta_{ij} + \langle i|\mathcal{H}_W|j\rangle + \sum_n \mathcal{P} \frac{\langle i|\mathcal{H}_W|n\rangle\langle n|\mathcal{H}_W|j\rangle}{m_0 - E_n} \\ \Gamma_{ij} &= 2\pi \sum_n \delta(m_0 - E_n)\langle i|\mathcal{H}_W|n\rangle\langle n|\mathcal{H}_W|j\rangle \end{aligned} \quad (3.2)$$

siendo \mathcal{H}_W el hamiltoniano débil del Modelo Estándar, y n son todos los estados intermedios que pueden contribuir a la transición.

La invariancia CPT implica que $M_{11} = M_{22}$ y $\Gamma_{11} = \Gamma_{22}$, por lo que al diagonalizar la matriz (3.1) lleva a los siguientes eigenvalores:

$$\mu_{L,H} = M_{11} - \frac{i}{2}\Gamma_{11} \mp pq = m_{L,H} - \frac{i}{2}\Gamma_{L,H}, \quad (3.3)$$

donde los parámetros complejos p y q se expresan como

$$\frac{q}{p} = \frac{1 - \bar{\epsilon}}{1 + \bar{\epsilon}} = \sqrt{\frac{M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*}{M_{21} - \frac{i}{2}\Gamma_{21}}}. \quad (3.4)$$

Con esto, los eigenestados físicos correspondientes expresados en términos de mesones ligeros L y pesados H vienen dados por

$$|X_{L,H}\rangle = p|X^0\rangle \mp q|\bar{X}^0\rangle \quad (3.5)$$

con la normalización $|p|^2 + |q|^2 = 1$. Resolviendo la ecuación (3.3) para m y Γ se obtienen las diferencias de masa y ancho de decaimiento en términos de los parámetros del hamiltoniano

\mathcal{H} , así:

$$\begin{aligned}
\Delta m &= m_H - m_L = 2 \operatorname{Re} pq \\
m &= \frac{m_L + m_H}{2} \\
\Delta \Gamma &= \Gamma_H - \Gamma_L = -4 \operatorname{Im} pq \\
\Gamma &= \frac{\Gamma_L + \Gamma_H}{2}
\end{aligned} \tag{3.6}$$

Además, es de utilidad definir los siguientes parámetros

$$x \equiv \frac{\Delta m}{\Gamma}, \quad y \equiv \frac{\Delta \Gamma}{2\Gamma}. \tag{3.7}$$

Si CP fuera simetría de las interacciones débiles, se tiene que $M_{12} = M_{21}$, $\Gamma_{12} = \Gamma_{21}$ y $p = q$ por lo que $\bar{\epsilon} = 0$. Entonces, los eigenestados de masa dados por la ecuación (3.5), eligiendo el convenio de fase $CP|X^0\rangle = -|\bar{X}^0\rangle$, $CP|\bar{X}^0\rangle = -|X^0\rangle$ [4], se pueden expresar como

$$|X_{1,2}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|X^0\rangle \mp |\bar{X}^0\rangle \right) \tag{3.8}$$

de donde se obtienen los eigenestados de CP (diferentes a los eigenestados de masa) ya que:

$$\begin{aligned}
CP|X_1\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|X^0\rangle - |\bar{X}^0\rangle \right) = |X_1\rangle, \\
CP|X_2\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|X^0\rangle + |\bar{X}^0\rangle \right) = -|X_2\rangle.
\end{aligned} \tag{3.9}$$

La evolución temporal del estado $\psi(t)$ en la base $X_{L,H}$ definidas en la ecuación (3.5) viene dada por (usando unidades de $\hbar = 1$):

$$i \frac{d}{dt} |\psi(t)\rangle = \begin{pmatrix} m_L - \frac{i}{2}\Gamma_L & 0 \\ 0 & m_H - \frac{i}{2}\Gamma_H \end{pmatrix} |\psi(t)\rangle. \tag{3.10}$$

Resolviendo este sistema de ecuaciones, se encuentra que si inicialmente el estado es $|\psi(0)\rangle = |X^0\rangle$ (respectivamente, $|\bar{X}^0\rangle$), al cabo de un tiempo t vendrá descrito por:

$$\begin{aligned}
|X^0(t)\rangle &= \frac{1}{2p} \left[e^{-i(m_L - \frac{i}{2}\Gamma_L)t} |X_L\rangle + e^{-i(m_H - \frac{i}{2}\Gamma_H)t} |X_H\rangle \right] \\
&= g_+(t) |X^0\rangle - \frac{q}{p} g_-(t) |\bar{X}^0\rangle,
\end{aligned} \tag{3.11}$$

$$\begin{aligned}
|\bar{X}^0(t)\rangle &= \frac{1}{2q} \left[e^{-i(m_L - \frac{i}{2}\Gamma_L)t} |X_L\rangle - e^{-i(m_H - \frac{i}{2}\Gamma_H)t} |X_H\rangle \right] \\
&= g_+(t) |\bar{X}^0\rangle - \frac{p}{q} g_-(t) |X^0\rangle,
\end{aligned} \tag{3.12}$$

respectivamente, donde

$$g_{\pm}(t) = \frac{1}{2} \left[e^{-i(m_L - \frac{i}{2}\Gamma_L)t} \pm e^{-i(m_H - \frac{i}{2}\Gamma_H)t} \right], \quad (3.13)$$

(nótese que $g_+(0) = 1$, $g_-(0) = 0$). Por lo tanto, si inicialmente se tiene una partícula X^0 , al tiempo t la probabilidad de encontrar al sistema en el estado X^0 o \bar{X}^0 , es:

$$\begin{aligned} |\langle X^0 | \psi(t) \rangle|^2 &= \frac{1}{4} [e^{-\Gamma_H t} + e^{-\Gamma_L t} + 2e^{-\Gamma t} \cos(\Delta m t)], \\ |\langle \bar{X}^0 | \psi(t) \rangle|^2 &= \frac{1}{4} \left| \frac{q}{p} \right|^2 [e^{-\Gamma_H t} + e^{-\Gamma_L t} - 2e^{-\Gamma t} \cos(\Delta m t)]. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Las siguientes expresiones derivadas de las ecuaciones anteriores serán de bastante utilidad posteriormente

$$\begin{aligned} |g_{\pm}(t)|^2 &= \frac{e^{-\Gamma t}}{2} \left[\cosh\left(\frac{\Delta\Gamma t}{2}\right) \pm \cos(\Delta m t) \right], \\ g_+^*(t)g_-(t) &= \frac{e^{-\Gamma t}}{2} \left[\sinh\left(\frac{\Delta\Gamma t}{2}\right) + i \sin(\Delta m t) \right]. \end{aligned} \quad (3.15)$$

3.2. Decaimientos dependientes del tiempo en mesones

Para el decaimiento de mesones pseudoescalares cargados o neutros X y su conjugado CP dado por \bar{X} a un estado final f y/o su conjugado CP , \bar{f} , se definen las siguientes amplitudes de decaimiento:

$$\begin{aligned} A_f &= \langle f | \mathcal{H} | X \rangle, & \bar{A}_f &= \langle f | \mathcal{H} | \bar{X} \rangle, \\ A_{\bar{f}} &= \langle \bar{f} | \mathcal{H} | X \rangle, & \bar{A}_{\bar{f}} &= \langle \bar{f} | \mathcal{H} | \bar{X} \rangle. \end{aligned} \quad (3.16)$$

La acción de la simetría CP sobre los estados llevan a

$$\begin{aligned} CP|X\rangle &= e^{+i\xi_P} |\bar{X}\rangle, & CP|f\rangle &= e^{+i\xi_f} |\bar{f}\rangle, \\ CP|\bar{X}\rangle &= e^{-i\xi_P} |X\rangle, & CP|\bar{f}\rangle &= e^{-i\xi_f} |f\rangle, \end{aligned} \quad (3.17)$$

tal que $(CP)^2 = 1$, donde las fases $\xi_{P,f}$ son arbitrarias y sin significado físico [29]. Si el hamiltoniano \mathcal{H} fuera invariante bajo CP se obtienen las siguientes relaciones entre las amplitudes:

$$\bar{A}_{\bar{f}} = e^{i(\xi_f - \xi)} A_f, \quad A_{\bar{f}} = e^{i(\xi_f + \xi)} \bar{A}_f. \quad (3.18)$$

o bien

$$|\bar{A}_{\bar{f}}/A_f| = |\bar{A}_f/A_{\bar{f}}| = 1, \quad (3.19)$$

lo cual dice que la probabilidad de que X decaiga a un estado final f y \bar{X} a uno \bar{f} son las mismas. Para nuestra discusión posterior, resulta útil introducir el parámetro

$$\lambda_f = \frac{q \bar{A}_f}{p A_f}, \quad (3.20)$$

el cual cuantifica la violación CP . Para que CP sea una buena simetría en un proceso que involucra decaimiento y mezcla, se requiere entonces que:

$$|\lambda_f| = 1. \quad (3.21)$$

Las expresiones dadas en las ecuaciones (3.19) y (3.20) son independientes del convenio de fases y son físicamente observables.

La probabilidad de que un estado inicial X^0 decaiga a un estado final f en un intervalo de tiempo después de haber sido producido es:

$$\frac{dN(X^0(t) \rightarrow f)}{N dt} = \mathcal{N}_f |\langle f | \mathcal{H} | X^0(t) \rangle|^2, \quad (3.22)$$

donde N es el número de partículas al tiempo $t = 0$ y \mathcal{N}_f es un factor de normalización independiente del tiempo. En adelante solo se utilizará la expresión $\Gamma(X^0(t) \rightarrow f)$ para indicar la expresión anterior. Con esto, se obtienen las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} \Gamma(X^0(t) \rightarrow f) &= |A_f|^2 \left[|g_+(t)|^2 + |\lambda_f|^2 |g_-(t)|^2 - 2 \operatorname{Re} \lambda_f g_-(t) g_+^*(t) \right], \\ \Gamma(\bar{X}^0(t) \rightarrow f) &= |A_f|^2 \left| \frac{p}{q} \right|^2 \left[|g_-(t)|^2 + |\lambda_f|^2 |g_+(t)|^2 - 2 \operatorname{Re} \lambda_f g_+(t) g_-^*(t) \right]. \end{aligned} \quad (3.23)$$

Para el decaimiento a un estado \bar{f} , el cual es el CP conjugado del estado f , dado por $|\bar{f}\rangle = CP|f\rangle$, se tiene

$$\begin{aligned} \Gamma(X^0(t) \rightarrow \bar{f}) &= |\bar{A}_{\bar{f}}|^2 \left| \frac{q}{p} \right|^2 \left[|g_-(t)|^2 + |\bar{\lambda}_{\bar{f}}|^2 |g_+(t)|^2 + 2 \operatorname{Re} \bar{\lambda}_{\bar{f}} g_+(t) g_-^*(t) \right], \\ \Gamma(\bar{X}^0(t) \rightarrow \bar{f}) &= |\bar{A}_{\bar{f}}|^2 \left[|g_+(t)|^2 + |\bar{\lambda}_{\bar{f}}|^2 |g_-(t)|^2 - 2 \operatorname{Re} \bar{\lambda}_{\bar{f}} g_-(t) g_+^*(t) \right]. \end{aligned} \quad (3.24)$$

De las ecuaciones (3.15) y (3.23) se tiene que

$$\begin{aligned} \Gamma(X^0(t) \rightarrow f) &= \frac{1}{2} |A_f|^2 e^{-\Gamma t} \left[(1 + |\lambda|^2) \cosh(y\Gamma t) + C_f \cos(\Delta m t) \right. \\ &\quad \left. + D_f \sinh(y\Gamma t) - S_f \sin(\Delta m t) \right], \\ \Gamma(\bar{X}^0(t) \rightarrow f) &= \frac{1}{2} |A_f|^2 \left| \frac{p}{q} \right|^2 e^{-\Gamma t} \left[(1 + |\lambda|^2) \cosh(y\Gamma t) - C_f \cos(\Delta m t) \right. \\ &\quad \left. + D_f \sinh(y\Gamma t) + S_f \sin(\Delta m t) \right], \end{aligned} \quad (3.25)$$

donde se han definido las siguientes cantidades:

$$C_f = \frac{1 - |\lambda_f|^2}{1 + |\lambda_f|^2}, \quad D_f = \frac{2 \operatorname{Re} \lambda_f}{1 + |\lambda_f|^2}, \quad S_f = \frac{2 \operatorname{Im} \lambda_f}{1 + |\lambda_f|^2}. \quad (3.26)$$

3.2.1. Clasificación de la violación CP

Hay tres formas en las cuales la violación CP puede manifestarse en el sistema de mesones:

Violación CP en la mezcla (también llamada violación CP indirecta): Esto ocurre cuando $|q/p| \neq 1$, es decir, cuando M_{12} y Γ_{12} no tienen las mismas fases. Esto sucede cuando los eigenestados de masa son diferentes a los eigenestados CP . Un ejemplo ocurre en la asimetría en el decaimiento semileptónico

$$\begin{aligned} A_{sl}(t) &= \frac{\Gamma(\bar{X}^0(t) \rightarrow l^+ \nu X) - \Gamma(X^0(t) \rightarrow l^- \nu X)}{\Gamma(\bar{X}^0(t) \rightarrow l^- \nu X) + \Gamma(X^0(t) \rightarrow l^- \nu X)} \\ &= \frac{|p/q|^2 - |q/p|^2}{|p/q|^2 + |q/p|^2} = \frac{1 - |q/p|^4}{1 + |q/p|^4}. \end{aligned} \quad (3.27)$$

Violación CP en la amplitud de decaimiento (también llamada violación CP directa): Este tipo de violación ocurre cuando $|\bar{A}_{\bar{f}}/A_f| \neq 1$. Las condiciones para tener este tipo de violación de CP es que haya al menos dos procesos que contribuyan a A_f ($\bar{A}_{\bar{f}}$) y que ambas contribuciones tengan fases débiles (que violan CP) y fases fuertes (que conservan CP) diferentes. Las fases débiles tienen su origen en las interacciones débiles cargadas (CKM), mientras que las fases fuertes se originan en la redispersión de las partículas en el estado final f .

Así, por ejemplo, si existen dos amplitudes que contribuyan a A_f ($\bar{A}_{\bar{f}}$), se puede escribir

$$\begin{aligned} A_f &= A_1 e^{i(\delta_1 + \phi_1)} + A_2 e^{i(\delta_2 + \phi_2)}, \\ \bar{A}_{\bar{f}} &= A_1 e^{i(\delta_1 - \phi_1)} + A_2 e^{i(\delta_2 - \phi_2)} \end{aligned} \quad (3.28)$$

donde las A_i son reales, con $\phi_{1,2}$ las fases débiles y $\delta_{1,2}$ las fases fuertes. Es decir, bajo una transformación de CP , las fases débiles cambian de signo, pero no las fases fuertes. Las fases individuales dependen del convenio de fases y no tienen significado físico, sin embargo, las diferencias entre fases débiles ($\phi_i - \phi_j$) y fases fuertes ($\delta_i - \delta_j$), si son físicas.

Este tipo de violación CP puede ocurrir también en el decaimiento de mesones cargados (donde los efectos de mezcla están ausentes) [29]

$$A_{f\pm} = \frac{\Gamma(X^+ \rightarrow f^+) - \Gamma(X^- \rightarrow f^-)}{\Gamma(X^+ \rightarrow f^+) + \Gamma(X^- \rightarrow f^-)} = \frac{1 - |\bar{A}_{f-}/A_{f+}|^2}{1 + |\bar{A}_{f-}/A_{f+}|^2}. \quad (3.29)$$

Violación CP en la interferencia entre un decaimiento con y sin mezcla: Este ocurre en la interferencia cuando un mesón neutro decae a un estado final, el cual es un eigenestado CP , es decir $X^0 \rightarrow f_{CP}$ y $X^0 \rightarrow \bar{X}^0 \rightarrow f_{CP}$. El parámetro que controla esta violación de CP es:

$$\text{Im}(\lambda_f) \neq 0, \quad (3.30)$$

La asimetría dependiente del tiempo, la cual se puede calcular a partir de las expresiones dadas en la sección 3.2

$$A_{f_{CP}}(t) = \frac{\Gamma(\bar{X}^0(t) \rightarrow f_{CP}) - \Gamma(X^0(t) \rightarrow f_{CP})}{\Gamma(\bar{X}^0(t) \rightarrow f_{CP}) + \Gamma(X^0(t) \rightarrow f_{CP})}, \quad (3.31)$$

es un observable que permite medir este tipo de violación de CP .

3.3. Violación CP en el sistema del kaón neutro

Los kaones neutros $K^0(d\bar{s})$ y su antipartícula $\bar{K}^0(s\bar{d})$ son mesones producidos por la interacción fuerte, en donde ambos pueden verse como eigenestados de sabor (extrañeza) con sus respectivos eigenvalores $S = \pm 1$. Debido a la interacción débil, estas pueden mezclarse ($K^0 - \bar{K}^0$) a través de diagramas de caja como se muestra en la figura 3. Esta es una transición donde la extrañeza cambia en dos unidades ($\Delta S = 2$).

Como se mostró en la sección 3.1, los eigenestados físicos $K_{L,S}$ son

$$|K_{L,S}\rangle = p|K^0\rangle \pm q|\bar{K}^0\rangle, \quad (3.32)$$

donde el subíndice $L(S)$ se refiere al kaón de vida larga (corta). En términos del parámetro $\bar{\epsilon}$, p y q vienen dados por

$$p = \frac{1 + \bar{\epsilon}}{\sqrt{2(1 + |\bar{\epsilon}|^2)}}, \quad q = \frac{1 - \bar{\epsilon}}{\sqrt{2(1 + |\bar{\epsilon}|^2)}}. \quad (3.33)$$

Las diferencias de masa y las vidas medias de $K_{L,S}$ tienen los siguientes valores experimentales [9]:

$$\begin{aligned}\Delta m_K &= m_L - m_S = (3.483 \pm 0.006) \times 10^{-12} \text{ MeV.} \\ \tau_L &= (5.114 \pm 0.021) \times 10^{-8} \text{ s,} \\ \tau_S &= (0.8953 \pm 0.0005) \times 10^{-10} \text{ s.}\end{aligned}\tag{3.34}$$

Los eigenestados físicos $|K_{L,S}\rangle$, escritos en términos de los eigenestados de CP , $|K_{1,2}\rangle$, dados por la ecuación (3.9), son:

$$|K_L\rangle = \frac{1}{\sqrt{1+|\bar{\epsilon}|^2}} (|K_2\rangle + \bar{\epsilon}|K_1\rangle), \quad |K_S\rangle = \frac{1}{\sqrt{1+|\bar{\epsilon}|^2}} (|K_1\rangle + \bar{\epsilon}|K_2\rangle).\tag{3.35}$$

Así, la violación CP se puede determinar por el parámetro $\bar{\epsilon}$, el cual depende del convenio de fase que se elige para K^0 y \bar{K}^0 . Entonces, si CP se conserva ($\bar{\epsilon} = 0$), únicamente los siguientes decaimientos están permitidos

$$K_S \rightarrow 2\pi, \quad K_L \rightarrow 3\pi,\tag{3.36}$$

donde el primero ocurre vía la componente K_1 , mientras que el último ocurre vía la componente K_2 . Esto debido a que el estado final en dos piones es CP par, mientras que el estado final en tres piones es CP impar. Sin embargo, como $K_{L,S}$ no son eigenestados CP , pueden decaer de la forma $K_S \rightarrow 3\pi$, $K_L \rightarrow 2\pi$. El primero ocurre vía la componente K_2 y el segundo vía la componente K_1 , donde $K_S \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ viola (conserva) CP si el momento angular orbital de $\pi^+\pi^-$ es par (impar). Una violación de CP en el decaimiento de K_L se debe a la mezcla $K^0 - \bar{K}^0$ (transición en la que la extrañeza cambia en dos unidades $\Delta S = 2$) de los estados CP y no del decaimiento en si mismo. Esta violación de CP se conoce como *violación CP indirecta*. Hay otro tipo de violación CP llamada *Violación CP directa* que se produce en la transición ($\Delta S = 1$) directa de un estado CP impar (K_2) a un estado CP par ($\pi\pi$). En el año 1964 Christenson y sus colaboradores descubrieron la violación de la simetría CP en el decaimiento $K_L \rightarrow \pi^+\pi^-$ con una tasa de ocurrencia de 2×10^{-3} [22].

Como se ha visto, un kaón puede decaer en dos o tres piones, siendo la energía disponible para el primer caso, de aproximadamente 220 MeV y para el segundo, de aproximadamente 90 MeV. El espacio de fase para el decaimiento en dos piones es mucho más grande que para el decaimiento en tres piones, por lo que el ancho de decaimiento es mayor para

K_S (Γ_S) que para K_L (Γ_L) (o bien $\tau_L \gg \tau_S$, ya que $\Gamma_{S,L} = \tau_{S,L}^{-1}$ en unidades de $\hbar = c = 1$), el cual está en acuerdo con las observaciones experimentales, como se muestra en la tabla II.

TABLA II: Fracción de decaimiento (BR) para los canales de decaimiento (CD) de los kaones neutros.

CD	BR (%)	CD	BR (%)
$K_L \rightarrow \pi^\pm e^\pm \nu_e$	38.78 ± 0.27	$K_S \rightarrow \pi^+ \pi^-$	68.95 ± 0.14
$K_L \rightarrow \pi^\pm \mu^\mp \nu_\mu$	27.19 ± 0.25	$K_S \rightarrow \pi^0 \pi^0$	31.05 ± 0.14
$K_L \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$	21.05 ± 0.23	$K_S \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$	$(3.2 \pm 1.2) \times 10^{-7}$
$K_L \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$	12.59 ± 0.19		
$K_L \rightarrow \pi^+ \pi^-$	$(2.07 \pm 0.04) \times 10^{-3}$		
$K_L \rightarrow \pi^+ \pi^-$	$(9.36 \pm 0.20) \times 10^{-4}$		

En términos de los eigenestados de masa del kaón, los cocientes de amplitud de la violación CP con respecto a los que conservan CP , se definen como

$$\begin{aligned} \eta_{+-} &\equiv \frac{\langle \pi^+ \pi^- | \mathcal{H} | K_L \rangle}{\langle \pi^+ \pi^- | \mathcal{H} | K_S \rangle} = |\eta_{+-}| e^{i\phi_{+-}}, \\ \eta_{00} &\equiv \frac{\langle \pi^0 \pi^0 | \mathcal{H} | K_L \rangle}{\langle \pi^0 \pi^0 | \mathcal{H} | K_S \rangle} = |\eta_{00}| e^{i\phi_{00}}. \end{aligned} \quad (3.37)$$

Estos parámetros se pueden medir de la observación de la dependencia temporal del decaimiento para un kaón inicial K^0 ó \bar{K}^0 , cuya gráfica se muestra por separado para ambos kaones, en la figura 4.

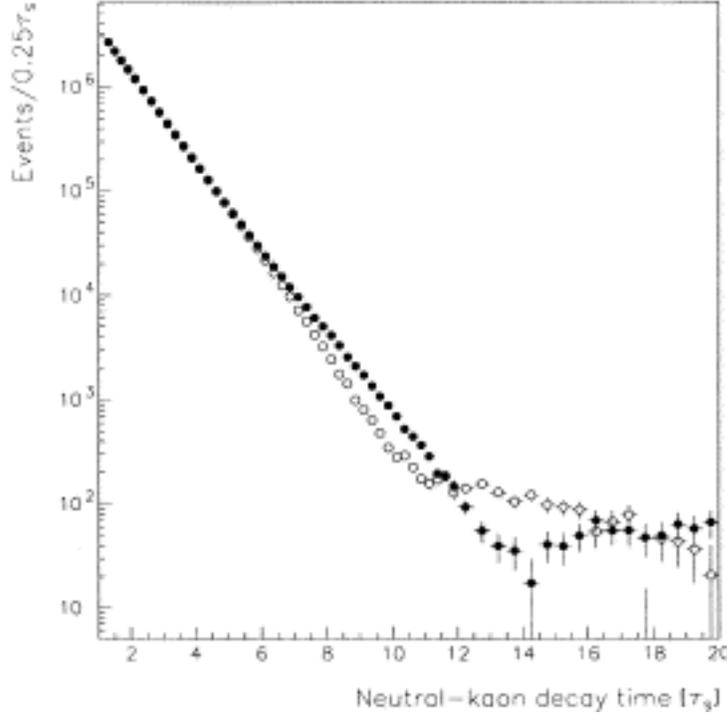
Las expresiones para la dependencia temporal de estos decaimientos vienen dadas de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \Gamma(K^0(t) \rightarrow \pi\pi) &= \Gamma(K^0 \rightarrow \pi\pi) \left[e^{-\Gamma_S t} + |\eta|^2 e^{-\Gamma_L t} + 2|\eta| e^{-(\Gamma_L + \Gamma_S)\frac{t}{2}} \cos(\Delta m t - \phi) \right], \\ \Gamma(\bar{K}^0(t) \rightarrow \pi\pi) &= \Gamma(\bar{K}^0 \rightarrow \pi\pi) \left[e^{-\Gamma_S t} + |\eta|^2 e^{-\Gamma_L t} - 2|\eta| e^{-(\Gamma_L + \Gamma_S)\frac{t}{2}} \cos(\Delta m t - \phi) \right]. \end{aligned} \quad (3.38)$$

Los valores experimentales medidos son [9]:

$$\begin{aligned} |\eta_{+-}| &= (2.236 \pm 0.007) \times 10^{-3}, & \phi_{+-} &= (43.52 \pm 0.05)^\circ, \\ |\eta_{00}| &= (2.225 \pm 0.007) \times 10^{-3}, & \phi_{00} &= (43.50 \pm 0.06)^\circ. \end{aligned} \quad (3.39)$$

FIGURA 4: Medida de la dependencia temporal del cociente de decaimiento para K^0 (círculos abiertos) y \bar{K}^0 (círculos cerrados).



Como los mesones pseudoescalares tienen espín cero, el producto final de $K_{L,S}$ producidos en el estado-S (onda S), en dos piones tiene momento angular cero. Los estados de los dos piones es una superposición de estados con isospín $I = 0, 2$ (el isospín $I = 1$ está prohibido por la estadística de Bose-Einstein). Usando los coeficientes de Clebsch-Gordan, con la notación $\langle(\pi\pi)_I| = \langle I|$, estos estados se escriben como

$$\begin{aligned}\langle\pi^0\pi^0| &= \sqrt{\frac{1}{3}}\langle 0| - \sqrt{\frac{2}{3}}\langle 2|, \\ \langle\pi^+\pi^-| &= \sqrt{\frac{2}{3}}\langle 0| + \sqrt{\frac{1}{3}}\langle 2|.\end{aligned}\tag{3.40}$$

Asimismo, se introduce las amplitudes de isospín como

$$\langle I|\mathcal{H}|K^0\rangle = A_I e^{i\delta_I},\tag{3.41}$$

donde las A_I son cantidades complejas que dependen del convenio de fases. Las fases débiles están contenidas en A_I . Las δ_I son las fases fuertes que dependen del estado de isospín I , los cuales pueden ser conocidos experimentalmente ($\delta_0 \approx 37^\circ$ y $\delta_2 \approx -7^\circ$), de la dispersión $\pi\pi$.

De acuerdo a la regla $\Delta I = 1/2$, válido para el decaimiento no leptónico de partículas extrañas, la amplitud de decaimiento dominante es para $I = 0$, por lo que $A_0 \gg A_2$. Las observaciones experimentales de los decaimientos $K_S \rightarrow \pi^+\pi^-$ y $K_S \rightarrow \pi^0\pi^0$ muestran que $|A_2/A_0| \approx 1/22$. De la invariancia CPT , se tiene que

$$\overline{A}_I e^{i\delta_I} \equiv \langle I | \mathcal{H} | \overline{K}^0 \rangle = -A_I^* e^{i\delta_I}. \quad (3.42)$$

Se define ahora los parámetros ϵ y ϵ' (los cuales determinan la violación CP indirecta y la violación CP directa, respectivamente) de la siguiente forma

$$\epsilon \equiv \frac{\langle 0 | \mathcal{H} | K_L \rangle}{\langle 0 | \mathcal{H} | K_S \rangle}, \quad (3.43)$$

$$\epsilon' \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\langle 2 | \mathcal{H} | K_L \rangle}{\langle 0 | \mathcal{H} | K_S \rangle} - \epsilon \frac{\langle 2 | \mathcal{H} | K_S \rangle}{\langle 0 | \mathcal{H} | K_S \rangle} \right). \quad (3.44)$$

Regresando a las ecuaciones (3.37) y (3.40) se obtiene

$$\eta_{+-} = \frac{\langle 0 | \mathcal{H} | K_L \rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} \langle 2 | \mathcal{H} | K_L \rangle}{\langle 0 | \mathcal{H} | K_S \rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} \langle 2 | \mathcal{H} | K_S \rangle} \approx \epsilon + \epsilon'. \quad (3.45)$$

En el último paso se ha dividido el numerador y el denominador por $\langle 0 | \mathcal{H} | K_S \rangle$, y debido a la regla $\Delta I = 1/2$, se tiene que $|\frac{\langle 2 | \mathcal{H} | K_S \rangle}{\langle 0 | \mathcal{H} | K_S \rangle}| \ll 1$ [2]. Procediendo de forma análoga para η_{00} , se obtiene

$$\eta_{00} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} \langle 0 | \mathcal{H} | K_L \rangle - \langle 2 | \mathcal{H} | K_L \rangle}{\frac{1}{\sqrt{2}} \langle 0 | \mathcal{H} | K_S \rangle - \langle 2 | \mathcal{H} | K_S \rangle} \approx \epsilon - 2\epsilon'. \quad (3.46)$$

Tomando en cuenta la aproximación debido a la regla $\Delta I = 1/2$, los parámetros ϵ y ϵ' también se pueden definir experimentalmente como

$$\begin{aligned} \epsilon &\equiv \frac{2\eta_{+-} - \eta_{00}}{3}, \\ \epsilon' &\equiv \frac{\eta_{+-} - \eta_{00}}{3}, \end{aligned} \quad (3.47)$$

las cuales son independientes del convenio de fases. De las ecuaciones anteriores se obtiene el cociente (en la aproximación $\epsilon' \ll \epsilon$)

$$\frac{\eta_{00}}{\eta_{+-}} = \frac{1 - 2\epsilon'/\epsilon}{1 + \epsilon'/\epsilon} \approx 1 - 3\frac{\epsilon'}{\epsilon}. \quad (3.48)$$

como $|\frac{\eta_{00}}{\eta_{+-}}|$ se puede medir experimentalmente (NA48 [15] y KTeV [14]), donde se obtiene el siguiente resultado [9]:

$$\text{Re}\left(\frac{\epsilon'}{\epsilon}\right) = \frac{1}{3}\left(1 - \frac{|\eta_{00}|}{|\eta_{+-}|}\right) = (1.66 \pm 0.26) \times 10^{-3}, \quad (3.49)$$

lo cual implica que en el sistema de kaones neutros, la violación directa de CP (ϵ') es mucho más pequeña que la violación indirecta.

La violación CP en la mezcla se manifiesta también, en la asimetría del decaimiento semileptónico, cuyo resultado experimental es [9]:

$$\delta_l \equiv \frac{\Gamma(K_L \rightarrow l^+ \nu_l \pi^-) - \Gamma(K_L \rightarrow l^- \bar{\nu}_l \pi^+)}{\Gamma(K_L \rightarrow l^+ \nu_l \pi^-) + \Gamma(K_L \rightarrow l^- \bar{\nu}_l \pi^+)} = (3.27 \pm 0.12) \times 10^{-3}, \quad (3.50)$$

donde el valor experimental mostrado corresponde al promedio en los modos e y μ . El decaimiento semileptónico de K^0 y \bar{K}^0 es debido a las transiciones $\bar{s} \rightarrow \bar{u} l^+ \nu_l$ y $s \rightarrow u l^- \bar{\nu}_l$, respectivamente. De acuerdo a la regla $\Delta S = \Delta Q$ para el decaimiento de partículas extrañas, el decaimiento a $\pi^- l^+ \nu_l$ es permitido para K^0 pero no para \bar{K}^0 , asimismo, el decaimiento a $\pi^+ l^- \bar{\nu}_l$ es permitido para \bar{K}^0 pero no para K^0 . De la invariancia CPT se tiene que

$$\langle \pi^+ l^- \bar{\nu}_l | \mathcal{H} | \bar{K}^0 \rangle = \langle \pi^- l^+ \nu_l | \mathcal{H} | K^0 \rangle, \quad (3.51)$$

por lo que la asimetría en el decaimiento semileptónico puede escribirse como

$$\delta_l = \frac{|p|^2 - |q|^2}{|p|^2 + |q|^2} = \frac{|1 + \bar{\epsilon}|^2 - |1 - \bar{\epsilon}|^2}{|1 + \bar{\epsilon}|^2 + |1 - \bar{\epsilon}|^2} = \frac{2\text{Re}\bar{\epsilon}}{1 + |\bar{\epsilon}|^2} \simeq 2\text{Re}\bar{\epsilon}. \quad (3.52)$$

Del resultado experimental para δ_l , se obtiene entonces

$$|\bar{\epsilon}| = (2.232 \pm 0.007) \times 10^{-3}. \quad (3.53)$$

Dado que el resultado experimental de $\bar{\epsilon}$, que es del orden de $\mathcal{O}(10^{-3})$, se tiene que

$$\text{Im} M_{12} \ll \text{Re} M_{12}, \quad \text{Im} \Gamma_{12} \ll \text{Re} \Gamma_{12} \quad (3.54)$$

de donde se obtiene con buena aproximación [4]

$$\Delta m_K \simeq 2\text{Re} M_{12}, \quad \Delta \Gamma_K \simeq 2\text{Re} \Gamma_{12}, \quad (3.55)$$

la cual permite expresar la ecuación (3.33) de la siguiente forma

$$\bar{\epsilon} = \frac{p - q}{p + q} \approx \frac{p^2 - q^2}{4pq} \quad (3.56)$$

donde se ha despreciado el término cuadrático $(p - q)^2$ en el denominador. Ahora, haciendo uso de la ecuación (3.6), se obtiene la aproximación

$$\bar{\epsilon} \approx \frac{i\text{Im} M_{12} + \frac{1}{2}\text{Im} \Gamma_{12}}{\Delta m_K - \frac{i}{2}\Delta \Gamma_K}. \quad (3.57)$$

De las ecuaciones (3.32), junto con (3.41) y (3.42), tomando en cuenta que $|\bar{\epsilon}| \ll 1$, se obtiene

$$\epsilon = \frac{\bar{\epsilon}\text{Re}A_0 + i\text{Im}A_0}{\text{Re}A_0 + i\bar{\epsilon}\text{Im}A_0} \simeq \bar{\epsilon} + i\frac{\text{Im}A_0}{\text{Re}A_0}. \quad (3.58)$$

Se puede observar que $\text{Re} \epsilon = \text{Re} \bar{\epsilon}$, donde $\bar{\epsilon}$ depende de la elección de las fases arbitrarias de K^0 y \bar{K}^0 . Sin embargo, $\text{Re} \bar{\epsilon}$ es invariante ante la transformación de fase. La fase del parámetro ϵ se puede obtener de la relación

$$\phi_\epsilon = \arg \epsilon = \arctan \left(2 \frac{\Delta m_K}{\Delta \Gamma_K} \right) \approx \frac{\pi}{4}, \quad (3.59)$$

lo que permite hacer la siguiente aproximación:

$$\epsilon \simeq \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2}\Delta m_K} \left(\text{Im} M_{12} + 2 \frac{\text{Im}A_0}{\text{Re}A_0} \text{Re} M_{12} \right). \quad (3.60)$$

De la misma forma para ϵ' se obtiene

$$\epsilon' \simeq \frac{e^{\delta_2 - \delta_0}}{\sqrt{2}} \frac{\text{Re}A_2}{\text{Re}A_0} \left(\frac{\text{Im}A_2}{\text{Re}A_2} - \frac{\text{Im}A_0}{\text{Re}A_0} \right). \quad (3.61)$$

La fase de ϵ' es de $\phi_{\epsilon'} \simeq (48 \pm 4)^\circ$ [21]. De la expresión para ϵ se puede decir entonces que la violación CP indirecta involucra la interferencia entre las amplitudes de decaimiento de $K^0(\bar{K}^0) \rightarrow \pi\pi$ en $\bar{\epsilon}$, y para el otro (violación CP directa), involucra la interferencia entre las amplitudes A_I . Un valor para ϵ' diferente de cero implica una diferencia entre las fases que violan CP en las amplitudes de isospín.

3.3.1. Mezcla de quarks a partir de observables en el sistema del kaón neutro

El elemento de matriz M_{12} puede calcularse del diagrama de caja dada por la figura 3. Incluyendo correcciones de QCD, se obtiene [3]

$$M_{12} = \frac{G_F^2}{12\pi^2} F_K^2 \hat{B}_K m_K M_W^2 \left[(V_{cd}^* V_{cs})^2 \eta_1 S_0(x_t) + (V_{td}^* V_{ts})^2 \eta_2 S_0(x_t) \right. \\ \left. + 2 (V_{cd}^* V_{cs}) (V_{td}^* V_{ts})^2 \eta_3 S_0(x_t) \eta_1 S_0(x_c, x_t) \right], \quad (3.62)$$

donde G_F es la constante de Fermi, F_K es la constante de decaimiento del mesón K , m_K su masa, \hat{B}_K es el parámetro invariante del grupo de renormalización, $\eta_B = 0.55 \pm 0.01$ es el factor de corrección QCD perturbativo a la función de Inami-Lim $S_0(x_i = m_i^2/M_W^2)$ [20] y las η_i son los factores de corrección que describen los efectos QCD a distancias cortas.

Ignorando el último término de la expresión para ϵ , el cual constituye una corrección de a lo sumo 5%, y sustituyendo M_{12} se encuentra

$$\epsilon_K = e^{i\pi/4} C_\epsilon \hat{B}_K \text{Im} V_{cd}^* V_{cs} [\text{Re} V_{cd}^* V_{cs} [\eta_1 S_0(x_t) - \eta_3 S_0(x_c, x_t)] - \text{Re} V_{cd}^* V_{cs} \eta_2 S_0(x_t)], \quad (3.63)$$

donde C_ϵ es una constante numérica dada por

$$C_\epsilon = \frac{G_F^2 F_K^2 m_K M_W^2}{6\sqrt{2}\pi^2 \Delta m_K} = 3.387 \times 10^4. \quad (3.64)$$

Comparando con el resultado experimental obtenido para ϵ en los decaimientos $K \rightarrow \pi\pi$ y $K \rightarrow l\pi\nu$

$$\epsilon = (2.28 \pm 0.02) \times 10^{-3} e^{i\pi/4}, \quad (3.65)$$

se tiene que la predicción teórica del ángulo $\phi_\epsilon \simeq \pi/4$ está en acuerdo con el resultado experimental $\phi_\epsilon = (43.5 \pm 0.7)^\circ$.

Ahora, del valor experimental de ϵ y de la ecuación (3.63), se encuentra

$$|\epsilon| = C_\epsilon \hat{B}_K A^2 \lambda^6 \bar{\eta} [A^2 \lambda^4 (1 - \bar{\rho} - \lambda^2 (\bar{\rho}^2 + \bar{\eta}^2)) \eta_2 S_0(x_t) + \eta_3 S_0(x_c, x_t) - \eta_1 S_0(x_c)], \quad (3.66)$$

salvo el término pequeño $\lambda^2 (\bar{\rho}^2 + \bar{\eta}^2)$, esta ecuación lleva a una hipérbola en el plano $\bar{\rho}, \bar{\eta}$ como se observa en la figura 7.

3.4. Violación T en el sistema del kaón neutro

En el año de 1998, el experimento CPLEAR del CERN [5] reveló la primera observación directa de la no invariancia bajo inversión temporal del sistema kaón neutro, el cual consiste en comparar la probabilidad de transformación de un estado \bar{K}^0 a K^0 y viceversa. En el experimento se mide la asimetría

$$A_T = \frac{\Gamma(\bar{K}^0 \rightarrow e^+ \pi^- \nu) - \Gamma(K^0 \rightarrow e^- \pi^+ \bar{\nu})}{\Gamma(\bar{K}^0 \rightarrow e^+ \pi^- \nu) + \Gamma(K^0 \rightarrow e^- \pi^+ \bar{\nu})}. \quad (3.67)$$

La medida se efectuó para tiempos de decaimiento entre 0 y $20\tau_{K_S}$ (τ_{K_S} es el tiempo de vida del kaón K_S). El promedio obtenido es de $A_T = (6.6 \pm 1.3 \pm 1.0) \times 10^{-3}$, por lo que fue interpretado como la primera medida directa de la no invariancia de las interacciones débiles bajo inversión temporal T .

3.5. Oscilaciones en el sistema $B - \bar{B}$

Los eigenestados de sabor para el mesón B neutro vienen dadas por

$$B_d^0 = (\bar{b}d), \quad \bar{B}_d^0 = (b\bar{d}), \quad B_s^0 = (\bar{b}s), \quad \bar{B}_s^0 = (b\bar{s}), \quad (3.68)$$

las cuales se mezclan ($B_{d,s}^0 - \bar{B}_{d,s}^0$) vía el diagrama de caja que se muestra en la figura 3, donde se reemplaza $s(d)$ por $b(s)$. En esta transición el número cuántico de sabor cambia en dos unidades ($|\Delta B| = 2$). Los eigenestados de masa del mesón B son combinaciones lineales de sus eigenestados de sabor

$$|B_{H,L}\rangle = p|B^0\rangle \pm q|\bar{B}^0\rangle \quad (3.69)$$

Como en el sistema $B^0 - \bar{B}^0$ se tiene que $\Delta\Gamma \ll \Delta m$ (la diferencia en los tiempos de vida $\Delta\Gamma$ entre los mesones B largos y cortos es muy pequeña), los eigenestados de masa se distinguen por sus masas y no por sus vidas medias como en el caso de los kaones neutros. La frecuencia de oscilación $B_q^0 - \bar{B}_q^0$ ($q = d, s$), es descrita entonces por la diferencia de masas $\Delta m_q = m_H^q - m_L^q$, las cuales tienen los siguientes valores experimentales [13, 12]:

$$\begin{aligned} \Delta m_d &= (0.507 \pm 0.004)\text{ps}^{-1}, \\ \Delta m_s &= (17.34_{-0.20}^{+0.49})\text{ps}^{-1}. \end{aligned} \quad (3.70)$$

Entonces, en términos de las diferencias de masas dadas por las ecuaciones (3.6), se obtiene

$$\frac{q}{p} = \frac{2M_{12}^* - i\Gamma_{12}^*}{\Delta m - \frac{i}{2}\Delta\Gamma}. \quad (3.71)$$

Las expresiones para M_{12} y Γ_{12} se obtienen al evaluar la parte dispersiva y absorptiva del diagrama de cajas de la figura 3, donde la contribución dominante viene del intercambio del quark top ($m_{u,c} \ll m_t$). Así, se tiene [31]

$$M_{12}^q = \frac{G_f^2}{12\pi^2} F_{B_q}^2 \hat{B}_{B_q} m_{B_q} M_W^2 (V_{tq}^* V_{tb})^2 S_0(x_t) \eta_B, \quad (3.72)$$

$$\Gamma_{12}^q = \frac{G_f^2}{8\pi} m_b^2 \eta'_B F_{B_q}^2 \hat{B}_{B_q} m_{B_q} M_W^2 \left[(V_{tq}^* V_{tb})^2 + (V_{tq}^* V_{tb} V_{cq}^* V_{cb}) \mathcal{O}\left(\frac{m_c^2}{m_b^2}\right) + (V_{cq}^* V_{cb})^2 \mathcal{O}\left(\frac{m_c^4}{m_b^4}\right) \right], \quad (3.73)$$

donde η_B y η'_B son correcciones QCD y son parámetros del orden de la unidad. La expresión para las diferencias de masas viene dada por

$$\Delta m_q = \frac{G_f^2}{6\pi^2} F_{B_q}^2 \hat{B}_{B_q} m_{B_q} M_W^2 S_0(x_t) \eta_B |V_{tq}^* V_{tb}|^2. \quad (3.74)$$

La medida de la diferencia de masa Δm_d permite entonces determinar $|V_{td}| = (7.4 \pm 0.8) \times 10^{-3}$. Escrita en términos de los parámetros $\bar{\rho}, \bar{\eta}$, para Δm_d se tiene la siguiente expresión:

$$\Delta m_d = \frac{G_f^2}{6\pi^2} F_{B_d}^2 \hat{B}_{B_d} m_{B_d} M_W^2 S_0(x_t) \eta_B A^2 \lambda^6 [(1 - \bar{\rho})^2 + \bar{\eta}^2], \quad (3.75)$$

lo que representa un círculo centrado en $(1, 0)$ en el plano $\bar{\rho}, \bar{\eta}$, como se observa en la figura 7. La medida de Δm_s en combinación con Δm_d es bastante útil para mejorar (reducir incertidumbres teóricas) la determinación del cociente [32]

$$\frac{\Delta m_d}{\Delta m_s} = \lambda^2 [(1 - \bar{\rho})^2 + \bar{\eta}^2] \frac{m_{B_d} F_{B_d}^2 \hat{B}_{B_d}}{m_{B_s} F_{B_s}^2 \hat{B}_{B_s}} \rightarrow \frac{|V_{td}|}{|V_{ts}|} = 0.026 \pm 0.007, \quad (3.76)$$

el cual representa un círculo, como se muestra en la figura 7. En la ecuación (3.76), el producto de factores que involucra constantes de decaimiento se toma de la teoría.

Del elemento de matriz $\Gamma_{12} = 2\pi \sum_n \delta(m_0 - E_n) \langle B^0 | H_W | n \rangle \langle n | H_W | \bar{B}^0 \rangle$, solamente el decaimiento de B^0 y \bar{B}^0 a un estado intermedio $n = |f\rangle$ contribuye a Γ_{12} . En el Modelo Estándar esta transición está fuertemente suprimida, como se puede ver directamente de las expresiones para M_{12} y Γ_{12} dadas arriba, $\Gamma_{12}^q/M_{12}^q \approx \mathcal{O}(m_b^2/m_t^2) \ll 1$. Así, solo hay pocos canales comunes en los que B^0 y \bar{B}^0 pueden decaer. Entonces, se tiene que $|\Gamma_{12}|/|M_{12}| \propto m_b^2/m_t^2 \ll 1$, y siguiendo las ecuaciones (3.3), se obtiene la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} \Delta\mu &= \Delta m - \frac{i}{2} \Delta\Gamma = 2\sqrt{\left(M_{12} - \frac{1}{2}\Gamma_{12}\right)\left(M_{12}^* - \frac{1}{2}\Gamma_{12}^*\right)} \\ &= 2|M_{12}| \sqrt{\left(1 - \frac{1}{2}\frac{\Gamma_{12}}{M_{12}}\right)\left(1 - \frac{i}{2}\frac{\Gamma_{12}^*}{M_{12}^*}\right)} \\ &= 2|M_{12}| \left(1 - \frac{i}{2}\text{Re}\frac{\Gamma_{12}}{M_{12}}\right) + \mathcal{O}\left(\left|\frac{\Gamma_{12}}{M_{12}}\right|^2\right) \end{aligned} \quad (3.77)$$

de donde se obtienen las expresiones para las diferencias de masa y vida media [2]

$$\begin{aligned}\Delta m &\simeq 2|M_{12}|, \\ \Delta\Gamma &\simeq 2\operatorname{Re}\frac{\Gamma_{12}}{M_{12}}|M_{12}|.\end{aligned}\tag{3.78}$$

Al ignorar términos de orden $\mathcal{O}(|\Gamma_{12}/M_{12}|^2)$, la ecuación (3.71) se aproxima como

$$\frac{q}{p} \simeq \frac{-M_{12}^*\left(1 - \frac{i}{2}\frac{\Gamma_{12}^*}{M_{12}^*}\right)}{|M_{12}| \left(1 - \frac{i}{2}\operatorname{Re}\frac{\Gamma_{12}}{M_{12}}\right)} \simeq \frac{M_{12}^*}{|M_{12}|} \left(1 - \frac{1}{2}\operatorname{Im}\frac{\Gamma_{12}}{M_{12}}\right) \simeq \frac{M_{12}^*}{|M_{12}|},\tag{3.79}$$

donde el último término puede despreciarse, ya que $\operatorname{Im}(\Gamma_{12}/M_{12}) < \mathcal{O}(10^{-3})$ [4].

De la ecuación (3.72) se tiene que

$$M_{12} \propto (V_{tb}V_{tq}^*)^2 m_t^2, \quad M_{12}^* \propto (V_{tq}V_{tb}^*)^2 m_t^2,\tag{3.80}$$

por lo que la ecuación (3.79) puede escribirse como

$$\frac{q}{p} = \frac{(V_{td}V_{tb}^*)^2}{|V_{td}^*V_{tb}|} = \frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{td}^*V_{tb}} = \frac{(1 - \bar{\rho} - i\bar{\eta})^2}{(1 - \bar{\rho} + i\bar{\eta})(1 - \bar{\rho} - i\bar{\eta})} = e^{-i2\beta}.\tag{3.81}$$

3.6. Violación de CP en el decaimiento $B_d^0(\bar{B}_d^0) \rightarrow J/\psi K_{L,S}$

Ahora, retomando las ecuaciones (3.25), y considerando que $|q/p| = 1$ como una buena aproximación para los mesones B , se obtiene la asimetría:

$$A_{f_{CP}}(t) = \frac{C_f \cos(\Delta mt) + S_f \sin(\Delta mt)}{\cosh(y\Gamma t) + D_f \sin(\Gamma t)},\tag{3.82}$$

donde los diversos parámetros fueron definidos en la sección 3.2. $A_{f_{CP}}(t)$ compara razones de decaimiento dependientes del tiempo entre las partículas B_d^0 y \bar{B}_d^0 , las cuales decaen después del tiempo t en el estado f_{CP} .

Cuando el proceso de decaimiento a un estado final que es eigenestado CP es dominado por una sola fase débil o fuerte, entonces no hay violación CP en el decaimiento, sino solo en la interferencia entre un decaimiento con y sin mezcla (ver sección 3.2.1) Así, la ecuación (3.19) automáticamente se cumple. Por otra parte, si CP es una buena simetría,

de las ecuaciones (3.19) y (3.20) se tiene que $|\lambda_f| \simeq 1$ (en una buena aproximación), con esto la ecuación anterior se reduce a

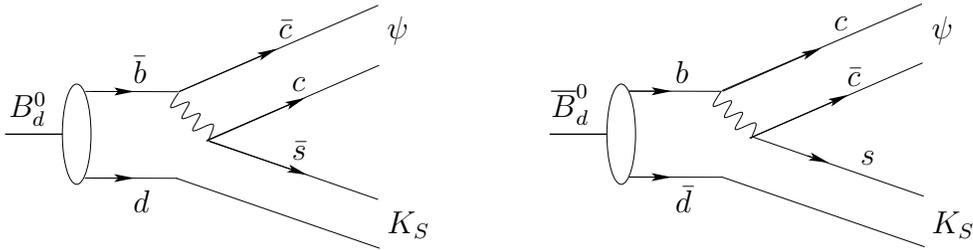
$$A_{f_{CP}}(t) = \frac{\text{Im}\lambda_f \sin(\Delta mt)}{\cosh(y\Gamma t) - \text{Re}\lambda_f \sinh(y\Gamma t)}. \quad (3.83)$$

En el Modelo Estándar se tiene que para los mesones B_d , $y = \frac{\Delta\Gamma_d}{\Gamma_d} = (40.9_{-9.9}^{+8.9}) \times 10^{-4} \ll 1$ [28], por lo que los términos que contienen $\Delta\Gamma$ pueden despreciarse ($\cosh(y\Gamma t) = 1$, $\sinh(y\Gamma t) = 0$). Con las aproximaciones anteriores, para el caso del sistema $B_d^0 - \bar{B}_d^0$, se tiene entonces que

$$A_{f_{CP}}(t) = \text{Im}\lambda_f \sin \Delta mt. \quad (3.84)$$

Un ejemplo del tipo de violación CP que ocurre entre la interferencia de un decaimiento sin y con mezcla y donde las aproximaciones ya mencionadas se cumplen con bastante exactitud, es la asimetría en el decaimiento $B_d(\bar{B}_d^0) \rightarrow \psi K_{L,S}$ cuyo diagrama se muestra en la figura 5. ψ denota un estado de *charmonio* ($c\bar{c}$). El decaimiento es dominado a nivel árbol por la transición $b \rightarrow c\bar{c}s$ y su conjugado CP .

FIGURA 5: Diagramas para el decaimiento $B_d^0(\bar{B}_d^0) \rightarrow J/\psi K_S$.



La ecuación (3.20), la cual determina la asimetría (3.84), viene dada por:

$$\lambda_f = \frac{q \langle f | \mathcal{H} | \bar{B}^0 \rangle}{p \langle f | \mathcal{H} | B^0 \rangle}. \quad (3.85)$$

El cálculo de λ_f podría contener incertidumbres hadrónicas, debido a que varios mecanismos con diferentes fases débiles y fuertes pueden contribuir al proceso $B_d(\bar{B}_d^0) \rightarrow \psi K_{L,S}$. Sin embargo, si en la amplitud de decaimiento domina un solo mecanismo o si la contribución de los mecanismos tienen las mismas fases débiles, entonces los elementos de matriz hadrónicos y las fases fuertes se cancelan. De acuerdo al diagrama de la figura 5, en la

transición $b \rightarrow c\bar{c}s$, para los elementos de la matriz CKM involucrados, el producto $V_{cb}^*V_{cs}$ es real con una buena exactitud, por lo que no contiene ninguna fase. Si además se considera el estado final donde los kaones neutros $K_{L,S}$ pueden mezclarse ($K^0 - \bar{K}^0$), entonces se tiene otra fase de mezcla. De acuerdo a las consideraciones anteriores, el parámetro λ_f queda finalmente como [26]

$$\lambda_f = \eta_{CP}^f \left(\frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{td}^*V_{tb}} \right) \left(\frac{V_{cb}V_{cs}^*}{V_{cb}^*V_{cs}} \right) \left(\frac{V_{cd}^*V_{cs}}{V_{cd}V_{cs}^*} \right) = \eta_{CP}^f e^{-2i\beta}, \quad (3.86)$$

donde β es la fase involucrada en la mezcla, siendo esta independiente del convenio de fase.

El hecho de que el estado final $|f\rangle = |J/\psi K_{L,S}\rangle$ del decaimiento de B^0 (\bar{B}^0) es un eigenestado CP , esto es $CP|f\rangle = \eta_{CP}^f|f\rangle$, nos da los eigenvalores: $\eta_{CP}^f \equiv \eta_{J/\psi K_{L,S}} = \pm 1$. De la ecuación anterior se obtiene

$$\text{Im } \lambda_f = \eta_{CP}^f \frac{2\bar{\eta}(1-\bar{\rho})}{(1-\bar{\rho})^2 + \bar{\eta}^2} = \pm \sin(2\beta), \quad (3.87)$$

por lo que la expresión de la asimetría en la *mezcla inducida* queda finalmente como

$$A_{J/\psi K_{L,S}} = \pm \sin(2\beta) \sin(\Delta mt). \quad (3.88)$$

La asimetría anterior permite una medida limpia del ángulo β del triángulo unitario.

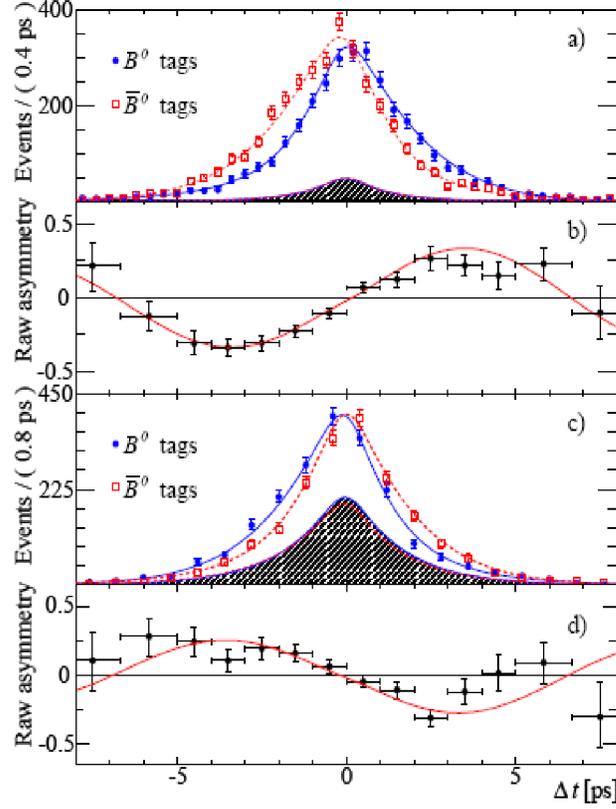
Los resultados en la medida de $\sin(2\beta)$ por medio de la dependencia temporal de la asimetría (ver figura 6) CP de $A_{\psi K_{L,S}}(t)$ tienen los siguientes valores [10, 11]:

$$\sin(2\beta) = \begin{cases} 0.714 \pm 0.032 \pm 0.018 & (\text{BaBar}), \\ 0.651 \pm 0.034 & (\text{Belle}), \end{cases} \quad (3.89)$$

el promedio estas dos medidas tiene el valor de $\sin(2\beta_{\text{prom}}) = 0.680 \pm 0.025$, de donde se obtiene para el ángulo β los siguientes valores [18]: $\beta = (21.5 \pm 1.0)^\circ$ ó $\beta = (68.5 \pm 1.0)^\circ$ donde solo el primer resultado es consistente con el Modelo Estándar.

Los otros ángulos internos γ y α se pueden determinar, por ejemplo, mediante el análisis de los decaimientos $B^\pm \rightarrow DK^\pm$ y $B^0(t) \rightarrow \pi^+\pi^-, \rho^+\rho^-$, respectivamente. Sus valores más recientes indican [26]: $\alpha = (100_{-9}^{+15})^\circ$, $\gamma = (62_{-25}^{+35})^\circ$. Una comparación entre estas medidas directas de α, β y γ con las estimaciones obtenidas mediante un ajuste global en el Modelo Estándar (ec. (2.42)), indican un excelente acuerdo.

FIGURA 6: La gráfica b) (d)) muestra la asimetría ec. (3.88) para los procesos $B^0, \bar{B}^0 \rightarrow J/\psi K_S (J/\psi K_L)$ obtenidos por la colaboración BaBar [10].



3.7. Prueba de la matriz CKM

Los diferentes observables predichos por el Modelo Estándar

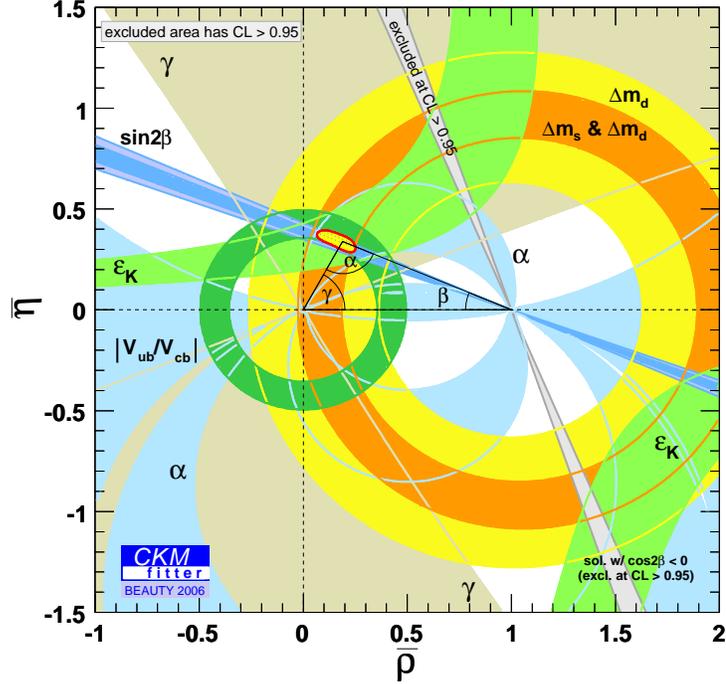
$$\left| \frac{V_{ub}}{V_{cb}} \right|, \quad \Delta m_d, \quad \frac{\Delta m_d}{\Delta m_s}, \quad \epsilon \quad \text{y} \quad \sin(2\beta) \quad (3.90)$$

y sus valores calculados experimentalmente ayudan ahora a determinar la forma del triángulo de unitariedad. Primero, los valores medidos experimentalmente de los ángulos α, β y γ en la sección anterior, muestran que tales valores corresponden a un triángulo cerrado [26] (dentro de los valores experimentales):

$$\alpha + \beta + \gamma = (186^{+38}_{-27})^\circ, \quad (3.91)$$

la cual permite verificar el mecanismo de 3 generaciones del modelo KM.

FIGURA 7: Contornos en el plano $\bar{\rho} - \bar{\eta}$ que determina la forma del triángulo de unitariedad.



De un ajuste global a todos los datos, el vértice del triángulo unitario, viene determinado por los siguientes valores [17]:

$$\bar{\rho} = 0.196 \pm 0.045, \quad \bar{\eta} = 0.347 \pm 0.025. \quad (3.92)$$

La expresión para $|V_{ub}/V_{cb}|$ (ec.(2.48)) fija un círculo centrado en $(0, 0)$ en el plano $\bar{\rho}, \bar{\eta}$. Para Δm_d (ec. (3.75)) se tiene un círculo centrado en $(1, 0)$. Para $\frac{\Delta m_d}{\Delta m_s}$ (ec. (3.76)) se tiene otro círculo centrado en $(1, 0)$. Para ϵ (ec. (3.66)) se tiene una hipérbola. La intersección de los contornos de estas líneas nos permite fijar el vértice superior del triángulo unitario como se observa en la figura 7 (elipse pequeña), el cual es consistente con los datos obtenidos del ajuste global a todas las observables consideradas (ec. (3.92)).

La consistencia de los resultados experimentales con las predicciones del Modelo Estándar para α, β y γ significa que el mecanismo CKM de violación CP domina la violación CP observada en la mezcla y decaimiento de las partículas elementales, en procesos de cambios de sabor a la escala electrodébil. Dicho de otra forma, los datos actuales no dan cabida de una forma concluyente a posibles violaciones de CP que provengan de una nueva física. En los últimos años, la observación del fenómeno de

oscilación de neutrinos, implica que los neutrinos tienen masa, por lo que una violación CP es posible también en la mezcla de leptones.

CONCLUSIONES

1. Las simetrías discretas son propiedades fundamentales de las leyes físicas que derivan del hecho que ellas permanezcan sin cambios cuando se invierte el signo de las coordenadas espaciales (P), del parámetro temporal (T) o de las cargas aditivas (eléctrica Q , por ejemplo). Cuando estas simetrías se rompen, se tiene la interesante propiedad que las leyes físicas distinguen entre las diferentes convenciones posibles que son accesibles al sistema (izquierda-derecha, pasado-futuro o positivo-negativo). Las observaciones experimentales efectuadas hasta la fecha indican que, de las cuatro interacciones fundamentales que existen entre las partículas elementales, la interacción débil viola cada una de las simetrías discretas.
2. En este trabajo se desarrolló el formalismo de las simetrías discretas C, P y T en la física clásica, la mecánica cuántica no relativista y la electrodinámica cuántica. Se han mostrado las propiedades de transformación que deben tener los objetos o las cantidades que los describen para estar en concordancia con los resultados experimentales.
3. En el Modelo Estándar de la física de partículas elementales, la violación de la simetría CP aparece en la interacción de corriente débil cargada de los quarks, la cual es mediada por un bosón de norma W^\pm . La corriente cargada mezcla quarks de distintas generaciones, quedando la violación CP determinada por una sola fase en la matriz de mezcla de Cabibbo, Kobayashi y Maskawa (CKM). Esta violación es posible si existen al menos 3 generaciones de fermiones, quedando con esto entendido el mecanismo de la violación CP en el SM aunque su origen aún continúa desconocido debido a que está vinculado al sector de Higgs vía los acoplamientos de Yukawa y a que aún no existe una explicación de por que hay 3 generaciones de quarks.
4. Una de las propiedades de la matriz CKM es que ella es unitaria, propiedad que puede ser estudiada detalladamente vía los experimentos. Para conectar esta matriz con el experimento, se realizó un estudio del formalismo de mezcla y decaimiento de los sistemas de mesones neutros $K^0 - \bar{K}^0$ y $B_d - \bar{B}_d$. De esto se derivaron una serie

de observables, cuyas mediciones en años recientes aportan una prueba indiscutible del mecanismo propuesto por CKM como fuente dominante de la violación de la simetría CP en la física de partículas elementales a la escala electrodébil (por debajo de los 200 GeV's).

Sin embargo, es posible que a más altas energías, la violación de CP provista por el mecanismo de CKM no sea la única fuente de violación de esta simetría. En particular, se piensa que la violación de CP que provee el Modelo Estándar de partículas es insuficiente para explicar la asimetría bariónica del universo ya que falla en aproximadamente 8 órdenes de magnitud para reproducir el valor observado. De ser esto cierto, deben existir (a más altas energías) nuevas fuentes de violación de CP responsables de este fenómeno. Su manifestación a la escala electrodébil debería ser tan pequeña que solo mediante medidas de alta precisión serían accesibles al experimento. En esta dirección, nuevos experimentos en el futuro, como el Gran Colisionador de Hadrones (LHC por sus siglas en inglés, el cual iniciará toma de datos a finales de 2008 en el CERN) [25] o las superfábricas de mesones B (un experimento aún en planeación) [16, 1, 8], podrían proveer datos de mayor precisión que sean sensibles a los efectos de esa nueva física.

REFERENCIAS

- [1] A. J. Bevan. *arXiv:hep-ph/0611031*, 2007.
- [2] S. M. Bilenky. *arXiv:hep-ph/0706.2678*, 2007.
- [3] A. J. Buras. *arXiv:hep-ph/101336*, 2001.
- [4] A. J. Buras. *arXiv:hep-ph/0505177v1*, 2005.
- [5] L. A. Gaumé C. Kounnas, S. Lola and P. Pavlopoulos. *arXiv:hep-ph/9812326*, 1998.
- [6] N. Cabibbo. *Phys. Rev. Lett.*, 10:531, (1963).
- [7] L. L. Chau and W. Y. Keung. *Phys. Rev. Lett*, 53:1802, (1984).
- [8] M. Bona et al. *arXiv:hep-ph/0709.0451*, 2007.
- [9] W. M. Yao et al. *Review of Particle Physics. Journal of Physics G*, 33, 2006.
- [10] B. Aubert et al. [BaBar Collaboration]. *arXiv:hep-ex/0703021v2*, 2007.
- [11] K. Abe et al. [Belle Collaboration]. *arXiv:hep-ex/0608039*, 2007.
- [12] A. Abulencia et al. [CDF Collaboration]. *arXiv:hep-ex/0606027*, 2006.
- [13] E. Barberio et al. (Heavy Flavor Average Group (HFAG)). *arXiv:hep-ex/0603333*, 2006.
- [14] A. Alavi-Harati et al. [KTeV Collaboration]. *Phys. Rev. D*, 012005, 67, 2003.
- [15] J. R. Batley et al. [NA48 Collaboration]. *arXiv:hep-ex/0208009*, 2002.
- [16] A. G. Akeroyd et al. (The SuperKEKB Physics Working Group). *arXiv:hep-ex/0406071*, 2004.
- [17] M. Bona et al. [UTfit Collaboration]. *arXiv:hep-ph/050199*, 2005.

- [18] Heavy Flavor Average Group. *Results on Time-Dependent CP Violation, and Measurements Related to the Angles of the Unitarity Triangle: Summer 2007*. <http://www.slac.stanford.edu/xorg/hfag/triangle/latest/>, 2007.
- [19] W. Hollik. *Proceedings of the 1999 Summer School in PARTICLE PHYSICS ICTP, Trieste, Italy*, chapter The Electroweak Standard Model. World Scientific, Singapore, 2000.
- [20] T. Inami and C. S. Lim. *Prog. Theor. Phys.*, 65:297, 1981.
- [21] G. Colangelo J. Gasser and H. Leutwyler. *Nucl. Phys. B*, 603:125, 2001.
- [22] J. H. Christenson J. W. Cronin, V. L. Fitch and R. Turlay. *Phys. Rev. Lett*, 13:138, (1964).
- [23] C. Jarlskog. *Phys. Rev. Lett.*, 55:1039, (1985).
- [24] M. Kobayashi and T. Maskawa. *Prog. Theo. Phys*, 49:652, (1973).
- [25] The large hadron collider. <http://lhc.web.cern.ch/lhc/>.
- [26] Z. Ligeti and A. Hocker. *arXiv:hep-ph/0605217 v2*, 2006.
- [27] A. J. Buras M. E. Lautenbacher and G. Ostermaier. *Phys. Rev D*, 50(5), 1994.
- [28] U. Nierste. *arXiv:hep-ph/0612310v2*, 2007.
- [29] Y. Nir. *arXiv:hep-ph/0510413v1*, 2005.
- [30] R. G. Sachs. *The Physics of Time Reversal*. The University of Chicago Press, Chicago, 1987.
- [31] O. Schneider. *arXiv:hep-ph/0606040*, 2006.
- [32] M. Talby. *arXiv:hep-ex/0707.1007*, 2007.
- [33] L. Wolfenstein. *Phys. Rev. Lett.*, 51:1945, (1983).

BIBLIOGRAFÍA

- [1] I. I. Bigi and A. I. Sanda. *CP Violation*. Cambridge Monographs on Particle Physics, Nuclear Physics and Cosmology. Cambridge, University Press, 2000.
- [2] G. C. Branco, L. Lavoura and J. P. Silva. *CP Violation*, Oxford University Press Inc., New York, 1999.
- [3] Colin D. Froggatt and Holger B. Nielsen, editors. *Origin of Symmetries*, chapter CPT Theorem, World Scientific, Singapore, 1991.
- [4] R. Fayyazudin. *A Modern Introduction to Particle Physics*, World Scientific, Singapore, 2nd edition, 2000.
- [5] Fonda and G. C. Ghirardi. *Symmetry Principles in Quantum Physics*, vol 1. Marcel Dekker, New York, 1970.
- [6] Frederick J. Gilman. Quark Mixing and CP Violation, In D. Espriu and A. Pich, editors, *Advanced School on Electroweak Theory, Maó, Menorca, Spain, 1996*. World Scientific, Singapore, 1998.
- [7] J. M. Gérard. Yukawa Interaction in the Standard Model. In J. C. D'Olivo, M. Moreno and M. A. Pérez, editors, *Proceedings of the VI Mexican School of Particles and Fields, Villahermosa, Tabasco, México*. World Scientific, Singapore, 1995.
- [8] W. M. Gibson and B. R. Pollard. *Symmetry Principles in Elementary Particle Physics*. Cambridge University Press, 1976.
- [9] F. Halzen and A. D. Martin. *Quarks and Leptons, an Introduction Course in Modern Particle Physics*. John Wiley and Sons, New York, 1984.
- [10] L. Hoddeson, L. Brown, M. Riordan and M. Dresden, editors. *The Rise of the Standard Model, Particle Physics in the 1960s and 1970s*, chapter Flavor Mixing and CP Violation, Cambridge University Press, 1997.
- [11] C. Jarlskog, editor. *CP Violation*. World Scientific, Singapore, 1989.

- [12] T. D. Lee. *Particle Physics and Introduction to Field Theory*. Harwood Academic, Chur, 1981.
- [13] T. Morii, C. S. Lim and S.N. Mukherjee. *The Physics of the Standard Model and Beyond*. World Scientific, New Jersey, 2004.
- [14] J. J. Sakurai. *Invariance Principles and Elementary Particles*. Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1964.
- [15] Tai-Pei Cheng and Ling-Fong Li. *Gauge Theory of Elementary Particle Physics*. Clarendon Press, Oxford, 1984.