Tarea 3, Matemática Aplicada 2 Sec. A

1. Se tiene un circuito RLC en serie conectado a una fuente de voltaje $v(t)$ dado por la función periódica
$$v(t) = \begin{cases} -1, & -2 < t < 0 \\ 1, & 0 < t < 2 \end{cases}$$
(a) Encuentre la corriente en estado estacionario $I(t)$ que se produce en el circuito. (b) Grafique $I(t)$ asumiendo que $R = 5$ Ohms, $C = 10^{-6}$ Faradios y $H = 0{,}5$ Henrios.

2. Analice el movimiento en estado estacionario de un sistema mecánico de masa-resorte con fricción, si la fuerza perturbadora $f(t)$ es (a) una onda sinusoide rectificada, $f(t) = |A \sin \omega_0 t|$, (b) una onda sinusoide $f(t) = A \sin \omega_0 t$. En el caso del inciso (b), ¿Cuál es el valor de ω_0 que genera la máxima amplitud de movimiento? Exprese la respuesta en términos de la masa m y la constante k del resorte.

3. Hallar la corriente de un circuito en serie RL debida a un tren de impulsos unitarios de período T.

4. Resolver la ecuación de onda unidimensional
$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = 0,$$
utilizando las condiciones de frontera dadas por
$$u(0,t) = 0, \qquad u(L,t) = 0$$
y con las condiciones iniciales
$$u(x,0) = f(x) = \begin{cases} \frac{k}{a}x & \text{para } 0 < x < a \\ \frac{k}{L-a}(L-x) & \text{para } a < x < L \end{cases}$$
$$\left.\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}\right|_{t=0} = 0$$
(Problem 8.18 del libro de texto).

5. Si la energía instantánea del una cuerda vibrante es
$$W_{KE} = \frac{1}{2}\rho \int_0^L \left[\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}\right]^2 dx,$$
hallar la energía cinética de la cuerda vibrante del problema anterior. (Problema 8.19 del libro de texto).

6. La temperatura de una barra aislada de longitud L, satisface las condiciones de frontera $u(0,t) = 0$, $u(L,t) = 1$, y la condición inicial $u(x,0) = \sin(\pi x/L)$. Hallar (a) la distribución de temperatura después de un tiempo t, y (b) la temperatura en estado estacionario, es decir, la temperatura en la barra a medida que $t \to \infty$. (Problema 8.21 del libro de texto).