Sistema Tierra-Luna-Sol: Fases y eclipses

Rosa M. Ros
International Astronomical Union, Universidad Politécnica de Cataluña
(Barcelona, España)

Resumen

Se presentan algunos modelos sobre las fases de la Luna y los eclipses de Sol y de Luna. También se utilizan los eclipses para determinar distancias y diámetros en el sistema Tierra-Luna-Sol.

Finalmente se explica el origen de las mareas.

Objetivos

- Comprender por qué la Luna tiene fases.
- Comprender la causa de los eclipses de Luna.
- Comprender el motivo de los eclipses de Sol.
- Determinar distancias y diámetros del sistema Tierra- Luna-Sol

  Comprender el origen de las mareas.

Posiciones relativas

El termino "eclipse" se utiliza para fenómenos muy diferentes, sin embargo en todos los casos este fenómeno tiene lugar cuando la posición relativa de la Tierra y la Luna (cuerpos opacos) interrumpe el paso de la luz solar.

Un eclipse de Sol sucede cuando el Sol es cubierto por la Luna que se sitúa entre el Sol y nuestro planeta. Este tipo de eclipses siempre tienen lugar en Luna nueva (figura 1).

Los eclipses de Luna se producen cuando la Luna pasa a través de la sombra de la Tierra. Es decir, cuando la Luna esta en el lugar opuesto del Sol, por lo tanto, los eclipses lunares se dan siempre en la fase de Luna llena (figura 1).

La Tierra y la Luna se mueven siguiendo órbitas elípticas que no están en el mismo plano. La órbita de la Luna esta inclinada 5º respecto al plano de la eclíptica (plano de la órbita de la Tierra entorno al Sol). Ambos planos se intersectan en una recta llamada la Línea de los Nodos. Los eclipses tienen lugar cuando la Luna esta próxima a la Línea de los Nodos. Si ambos planos no formaran un ángulo, los eclipses serían mucho más frecuentes.

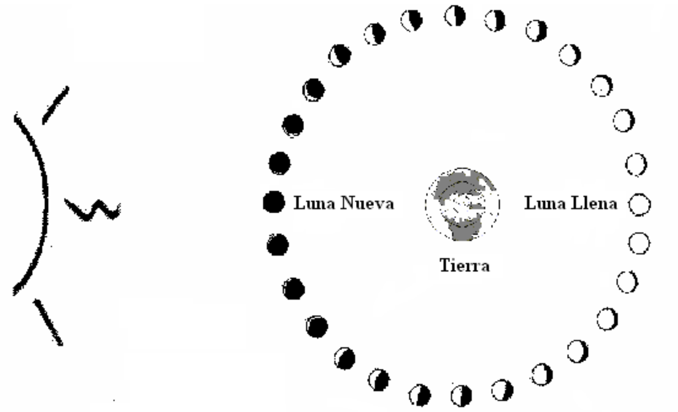


Fig.1: Los eclipses de Sol tienen lugar cuando la Luna esta situada entre el Sol y la Tierra (Luna nueva). Los eclipses de Luna suceden cunado la Luna cruza el cono de sombra de la Tierra, entonces la Tierra esta situada entre el Sol y la Luna (Luna llena).

Modelos con máscaras

Modelo de la Cara Oculta

La Luna tiene un movimiento de rotación y otro de traslación alrededor de la Tierra que duran aproximadamente lo mismo, esto es unas cuatro semanas. Por este motivo desde la Tierra solo podemos ver aproximadamente la mitad de la superficie lunar

Vamos a visualizarlo con un sencillo modelo. Comenzamos situando un voluntario que hace de Tierra y un voluntario que actúa como la Luna. Le pondremos al voluntario que representa la Luna una máscara blanca redonda recortando un trozo de cartulina. Situamos el voluntario que hace de Luna de cara a la Tierra antes de comenzar a moverse. Hacemos avanzar Luna avanza 90º en su órbita de traslación entorno a la Tierra, pero sin rotación. Preguntaremos a la Tierra si lo ve de cara y nos dirá que solo le ve de perfil y ve la oreja centrada en medio de la cabeza. Pero si al luna gira también los mismos 90º en rotación sobre sí misma, entonces la Tierra le vera la misma cara de siempre y ha transcurrido solo una semana. Repetimos el proceso de nuevo. Se traslada de nuevo la Luna 90º sin rotación y sucede igual que antes , la Tierra no la ve de cara, pero si gira de nuevo otros 90º en rotación ya le ve de nuevo la cara con su máscara y ha transcurrido la segunda semana. Y así sucesivamente hasta dar una vuelta completa que corresponde a las cuatro semanas. Está claro que la Luna siempre muestras la misma cara después de cuatro semanas y la parte de atrás de la cabeza del voluntario lunar no se ve nunca.

Modelo para las fases

Para explicar las fases de la Luna lo mejor es usar un modelo con una linterna o con un retroproyector (que servirá de Sol) y un mínimo de 5 voluntarios. Uno de ellos estará situado en el centro representado la Tierra y los otros 4 se situaran alrededor del mismo de forma equidistante para simular las diferentes fases de la Luna (figura 2). Para que sea más vistoso seguiremos con la máscara blanca que servirá para visualizar la Luna.

Colocaremos la linterna encendida detrás de uno de los voluntarios que simula la Luna (algo por encima para que no tape la luz) y comenzaremos por visualizar las fases, haciendo hincapié que siempre se considera la observación realizada desde el punto de vista de la Tierra (que está en el centro). Es muy fácil descubrir que a veces se ve la máscara completamente iluminada, a veces sólo un cuarto, (el derecho o el izquierdo) y otras veces no se ve nada iluminada porque deslumbra la luz de la linterna (es decir, del Sol).

Fig. 2: Modelo de la Tierra y la Luna con voluntarios (para explicar las fases y la cara visible de la Luna)

Modelo Tierra-Luna

Comprender de forma clara las fases de la Luna y la geometría que encierra el fenómeno de los eclipses de Sol y de Luna no es sencillo. Para ello, se propone un sencillo modelo que ayuda a hacer más inteligibles todos estos procesos.

Basta clavar dos clavos (de unos 3 ó 4 cm) a un listón de madera de 125 cm. Los clavos estarán separados 120 cm y en cada uno fijaremos dos bolas de 4 y 1 cm (figura 3).

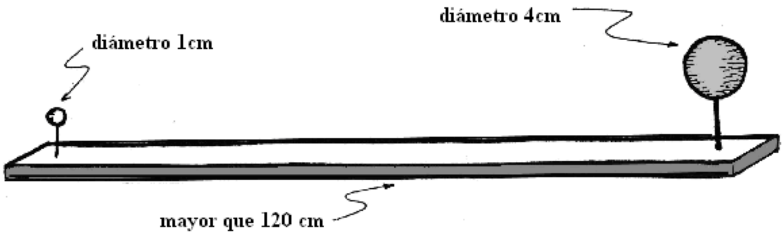


Fig. 3: Modelo con la Tierra y la Luna

Es importante respetar estas medidas porque son las que corresponden a un modelo a escala del sistema Tierra-Luna respetando las proporciones de distancias y diámetros.

Diámetro Tierra	12800 Km.	→	4 cm.
Diámetro Luna	3500 Km.	→	1 cm.
Distancia Tierra-Luna	384000 Km.	→	120 cm.
Diámetro Sol	1400000 Km.	→	440 cm. = 4.4 m.
Distancia Tierra-Sol	150000000 Km.	→	4700 cm. = 0.47 Km.

Tabla 1: Distancias y diámetros del sistema Tierra-Luna-Sol

Reproducción de las fases de la Luna

En un lugar soleado, cuando sea visible la Luna, se apunta con el listón dirigiendo la pelotita de la Luna hacía ésta (figura 4). El observador debe situarse detrás de la bola de la Tierra. La esfera de la Luna se ve del mismo tamaño aparente que la Luna y con la misma fase que la real. Variando la orientación del listón se consiguen reproducir las diferentes fases de la Luna al variar la iluminación que recibe del Sol. Hay que mover la Luna para conseguir la secuencia de todas las fases.

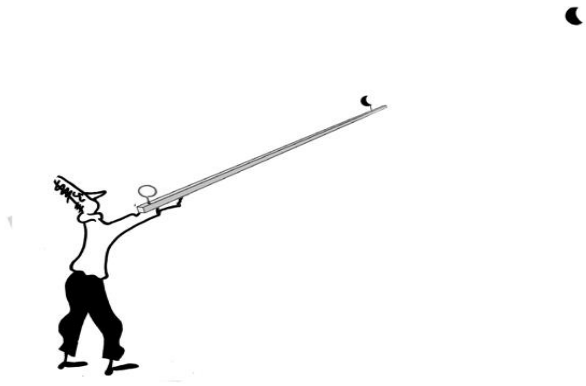


Fig. 4: Usando el modelo en el patio de la escuela.

Esta actividad es mejor llevarla a cabo en el patio, pero si está nublado también se puede hacer con un retroproyector o una linterna.

Reproducción de los eclipses de Luna

Se sujeta el listón de manera que la pelotita de la Tierra esté dirigida hacía el Sol (es mejor usar un retroproyector para evitar mirar al Sol) y se hace entrar la Luna (figura 5a y 5b) dentro de la sombra de la Tierra, que es mucho mayor que la Luna: así se visualiza fácilmente un eclipse de Luna.

Fig. 5a y 5b: Simulación de un eclipse de Luna

Fig. 6: Composición fotográfica de un eclipse de Luna. Nuestro satélite cruzando el cono de sombra producido por la Tierra.

Reproducción de los eclipses de Sol

Se toma el listón de forma que la Luna esté dirigida hacia el Sol (es mejor usar el retroproyector o la linterna) y se hace que la sombra de la Luna se proyecte sobre la esfera terrestre. De esta forma se consigue visualizar un eclipse de Sol. Se puede ver que la sombra de la Luna da lugar a una pequeña mancha sobre una región de la Tierra (figura 8).

Fig. 7a y 7b: Simulacion eclipse solar

No es fácil conseguir esta situación porque la inclinación del listón debe ser muy ajustada (esta es la causa de que haya menos eclipses de Sol que de Luna).

Fig.8: Detalle de la figura previa 5a.

Fig. 9: Fotografía tomada desde la ISS del eclipse de Sol de 1999 sobre una zona de la superficie terrestre.

Observaciones

- Sólo puede tener lugar un eclipse de Luna cuando es Luna llena y un eclipse de Sol cuando hay Luna nueva.
- Un eclipse solar sólo se ve en una zona reducida de la Tierra.
- Es muy difícil que la Tierra y la Luna estén "bien alineadas" para que se produzca un eclipse cada vez que sea Luna nueva o Luna llena.

Modelo Sol-Luna

Con el fin de visualizar el sistema Sol-Tierra-Luna haciendo especial hincapié en las distancias, vamos a considerar un nuevo modelo, teniendo en cuenta el punto de vista terrestre del Sol y de la Luna. En este caso vamos a invitar a los estudiantes a dibujar y a pintar un gran Sol de diámetro 220 cm (más de 2 metros de diámetro) en una sabana y vamos a demostrar que pueden cubrir este gran Sol con una pequeña Luna de 0,6 cm de diámetro (menos de 1 cm de diámetro). Se puede sustituir la bola Luna por un agujero en una tabla de madera para que sea más manejable.

Es importante la utilización de las dimensiones mencionadas anteriormente para mantener las proporciones de los diámetros y las distancias (tabla 2). En este modelo, el Sol se sitúa a 235 metros de la Luna y el observador estará a 60 cm desde la Luna. Los estudiantes se sienten muy sorprendidos de que puedan cubrir el gran Sol con esta pequeña luna. Realmente esta relación de un Sol 400 veces mayor que la Luna no es fácil de imaginar. Es bueno por lo tanto para mostrarlo con un ejemplo para entender la magnitud de las distancias y el tamaño real en el Universo. Todos estos ejercicios y actividades les ayudan (y puede que a nosotros también) para comprender cuáles son las relaciones espaciales entre los cuerpos celestes durante un eclipse solar. Este método es mucho mejor que leer una serie de números en un libro.

Diametro Tierra	12 800 km	2.1 cm
Diámetro Luna	3 500 km	0.6 cm
Distancia Tierra-Luna	384 000 km	60 cm
Diámetro Sol	1400 000 km	220 cm
Distancia Tierra-Sol	150 000 000 km	235 m

Tabla 2: Distancias y diámetros del sistema Tierra-Luna-Sol

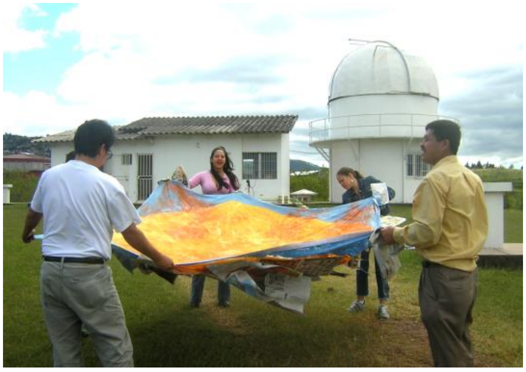


Fig. 10: Modelo de Sol

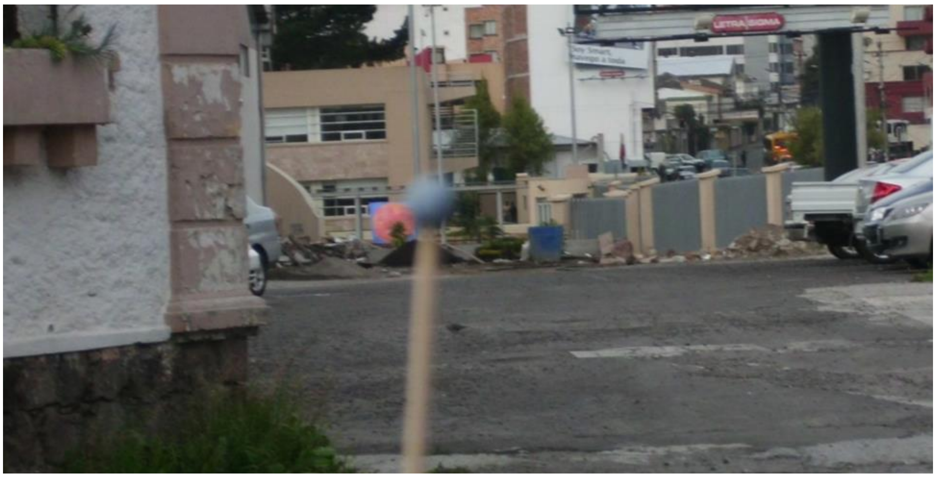


Fig. 11: Mirando el Sol y la Luna en el modelo.

Determinación del Diámetro del Sol

Se puede medir el diámetro del Sol de diversas formas. A continuación presentaremos un sencillo método usando una cámara oscura. Se puede hacer con una caja de zapatos o con un tubo de cartón que sirve de eje central para el papel de aluminio o transparente de la cocina, pero si se hace con un tubo de mayores dimensiones se consigue obtener más precisión.

1. Tapamos uno de los extremos con papel vegetal milimetrado semitransparente y el otro extremo con un papel recio, donde haremos un agujero con un alfiler fino (figuras 12 y 13).
2. Hay que dirigir el extremo con el pequeño agujero hacia el Sol y mirar por el otro extremo donde hay el papel milimetrado. Medimos el diámetro *d* de la imagen del Sol en este papel milimetrado.

Fig. 12 y 13: Modelos de cámara oscura

Para calcular el diámetro del Sol, basta considerar la figura 14, donde aparecen dos triángulos semejantes

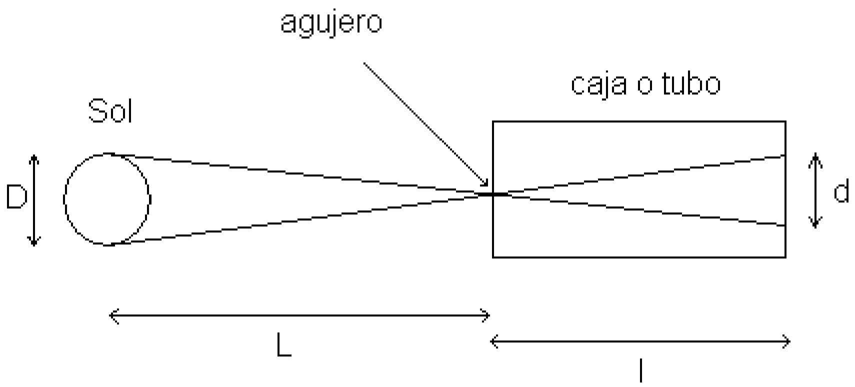


Fig. 14: Problema geométrico subyacente

Donde podemos establecer la relación:

$$\frac{D}{L} = \frac{d}{l}$$

De donde se puede despejar el diámetro del Sol, D:

$$D = \frac{d \cdot L}{l}$$

Conocida la distancia del Sol a la Tierra L = 150.000.000 Km. podemos calcular, conocida la longitud del tubo l y el diámetro d de la imagen del Sol sobre la pantalla de papel milimetrado semi-transparente, el diámetro D del Sol. (Recordad que el diámetro solar es de 1392000 Km.)

Se puede repetir el ejercicio con la Luna llena sabiendo que esta se encuentra a unos 400.000 Km. de la Tierra.

Tamaños y Distancias en el sistema Tierra-Luna-Sol

Aristarco (310-230 a.C) dedujo algunas proporciones entre las distancias y los radios del sistema Tierra-Luna-Sol. Calculó el radio del Sol y de la Luna, la distancia desde la Tierra al Sol y la distancia de la Tierra a la Luna en relación al radio de la Tierra. Algunos años después Eratóstenes (280-192 a.C) determinó el radio de nuestro planeta y fue posible calcular todas las distancias y radios del sistema Tierra-Luna-Sol.

La propuesta de esta actividad consiste en repetir con estudiantes ambos experimentos. La idea es repetir el proceso matemático diseñado por Aristarco y Eratóstenes a la vez que, en la medida de lo posible, repetir las observaciones.

El experimento de Aristarco de Nuevo

Aristarco determinó que el ángulo bajo el que se observa desde la Tierra la distancia Sol-Luna cuando ésta en el instante del cuarto era de $\alpha = 87^{\circ}$.

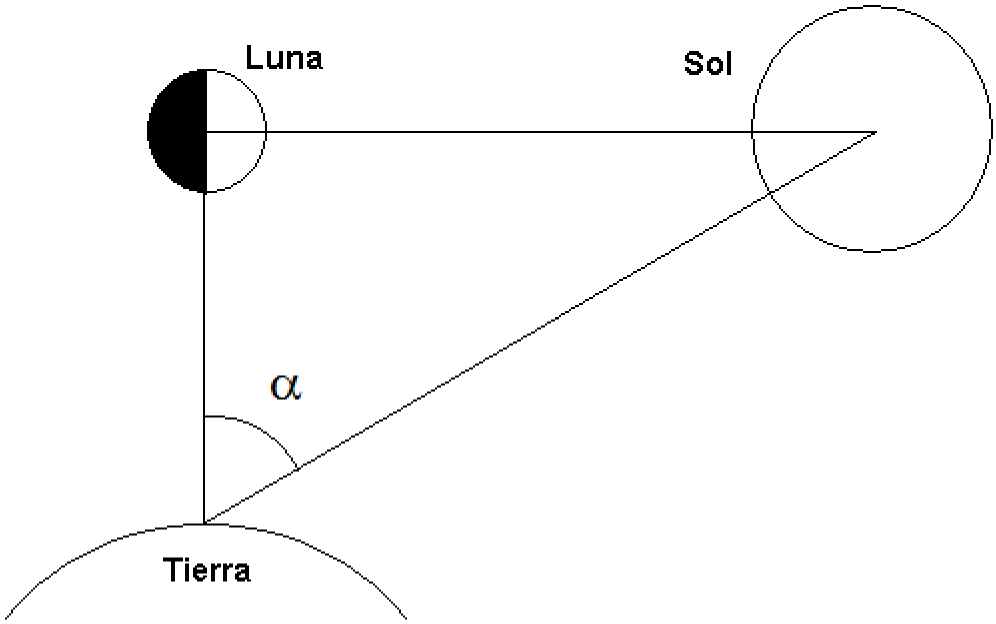


Fig.15: Posición relativa de la Luna en el cuarto

En la actualidad, se sabe que cometió un error, posiblemente debido a que le resultó muy dificil determinar el preciso instante del cuarto de fase. De hecho α = 89º 51', pero el proceso usado por Aristarco es perfectamente correcto. En la figura 15, si se usa la definición de coseno, se puede deducir que,

$$\cos\alpha = \frac{TL}{TS}$$

donde TS es la distancia desde la Tierra al Sol, y TL es la distancia de la Tierra a la Luna. Entonces aproximadamente,

$$TS = 400\ TL$$

(aunque Aristarco dedujo TS = 19 TL).

Relación entre el radio de la Luna y del Sol

La relación entre el diámetro de la Luna y del Sol debe ser similar a la fórmula previamente obtenida, porque desde la Tierra se observan ambos diámetros iguales a 0.5º. Por lo tanto ambos radios verifican

$$R_S = 400\ R_L$$

Relación entre la distancia de la Tierra a la Luna y el radio lunar o entre la distancia de la Tierra al Sol y el radio solar

Dado que el diámetro observado de la Luna es de 0.5º, con 720 veces este diámetro es posible recubrir la trayectoria circular de la Luna en torno a la Tierra. La longitud de este recorrido es 2π veces la distancia Tierra-Luna, es decir 2 R_L 720 = 2 π TL, despejando,

$$TL = \frac{720 R_L}{\pi}$$

y por un razonamiento similar,

$$TS = \frac{720 R_S}{\pi}$$

Esta relación es entre las distancias a la Tierra, el radio lunar, el radio solar y el radio terrestre.

Relación es entre las distancias a la Tierra del Sol y la Luna, el radio lunar, el radio solar y el radio terrestre.

Durante un eclipse de Luna, Aristarco observó que el tiempo necesario para que la Luna cruce el cono de sombra terrestre era el doble del tiempo necesario para que la superficie de la Luna fuera cubierta (figuras 16a y 16b). Por lo tanto, dedujo que la sombra del diámetro de la Tierra era doble que el diámetro de la Luna, esto es, la relación de ambos diámetros o radios era de 2:1. Realmente se sabe que este valor es de 2.6:1.

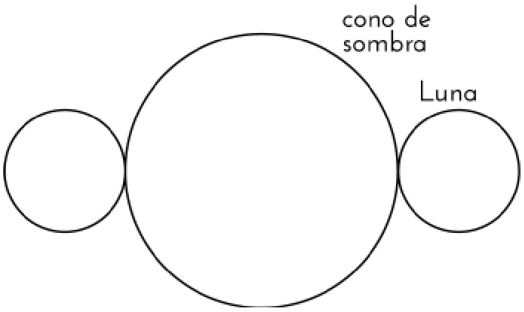


Fig. 16a: Midiendo el cono de sombra

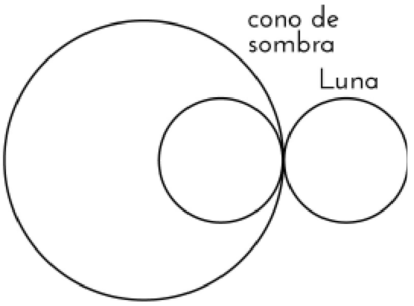


Fig.16b: Midiendo el diámetro de la Luna

Resumen final

Con este resultado se puede establecer el dibujo de la figura 17

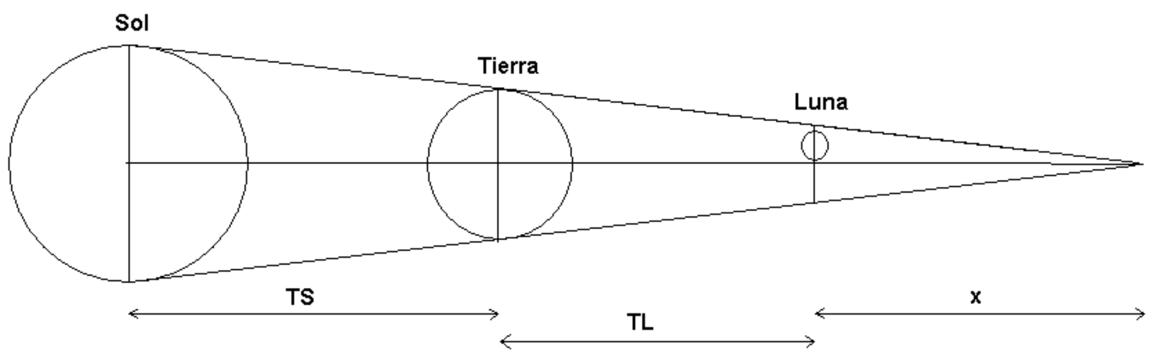


Fig. 17: Cono de sombra y posiciones relativas del sistema Tierra-Luna-Sol.

y formular la siguiente proporción, tomando x como una variable auxiliar que despues se eliminara.

$$\frac{x}{2.6R_L} = \frac{x+TL}{R_T} = \frac{x+TL+TS}{R_S}$$

Introduciendo en esta expresión las relaciones TS = 400 TL y R_S = 400 R_L, se puede eliminar x y simplificando se obtiene,

$$R_L = \frac{401}{1440} \cdot R_T$$

que permite expresar todas las dimensiones mencionadas con anterioridad en función del radio de la Tierra, así

$$R_S = \frac{2005}{18} R_T \qquad TS = \frac{80200}{\pi} R_T \qquad TL = \frac{401}{2\pi} R_T$$

Donde sólo hay que sustituir el radio de nuestro planeta para obtener todas las distancias y radios del sistema Tierra-Luna-Sol.

Medidas con los estudiantes

Es una buena idea repetir las medidas realizadas por Aristarco con los estudiantes. En particular, primero hay que calcular el ángulo entre el Sol y la Luna en el cuarto. Para realizar esta medida sólo es necesario disponer de un teodolito y saber el exacto instante del cuarto. Así se verificará si este ángulo mide α = 87º ó α = 89º 51' (es esta una medida realmente difícil de obtener).

En segundo lugar, durante un eclipse de Luna, usando un cronómetro, es posible calcular la relación entre los tiempos siguientes: "el primer y el último contacto de la Luna con el cono de sombra terrestre", es decir, medir el diámetro del cono de sombra de la Tierra (figura 16a) y "el tiempo necesario en cubrir la superficie lunar", esto es la medida del diámetro de la Luna (figura 16b). Finalmente es posible verificar si la relación entre ambos tiempos es 2:1 ó es de 2.6:1, o les sale diferente.

El objetivo más importante de esta actividad, no es el resultado obtenido para cada radio o distancia. Lo más importante es hacer notar a los estudiantes que, si ellos usan sus conocimientos e inteligencia, pueden obtener interesantes resultados disponiendo de pocos recursos. En este caso el ingenio de Aristarco fue muy importante para conseguir obtener alguna idea acerca del tamaño del sistema Tierra-Luna-Sol.

Es también una buena idea medir con los estudiantes el radio de la Tierra siguiendo el proceso usado por Eratóstenes. Aunque el experimento de Eratóstenes es muy conocido, presentamos aquí una versión reducida del mismo de cara a completar la experiencia anterior.

El experimento de Eratóstenes, de nuevo

Eratóstenes era el director de la Bilioteca de Alejandria, y en uno de los textos de la misma leyo que en la ciudad de Syena (actualmente Asuan) el dia del solsticio de verano, en el medio dia solar, el Sol se veia reflejado en el fondo de un pozo, o lo que es lo mismo los palos no producian sombra en ese momento. Eratostenes, observo que ese mismo dia a la misma hora un palo producia sombra ne Alejandria. De ello dedujo que la superficie de la Tierra no podria ser plana, sino que deberia ser una esfera (figura 18a y 18b)

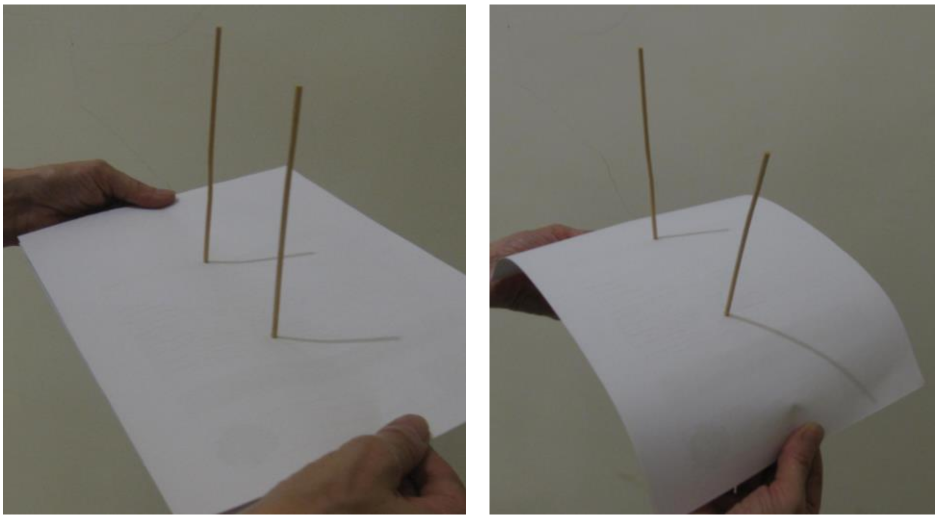


Fig. 18a y 18b: En una superficie plana los dos palillos producen al misma sombra, pero si la superfice es curvada no.

Consideremos dos estacas introducidas perpendicularmente en el suelo, en dos ciudades de la superficie terrestre sobre el mismo meridiano. Las estacas deben estar apuntando hacia el centro de la Tierra. Normalmente es mejor usar una plomada donde se marca un punto del hilo para poder medir las longitudes. Se debe medir la longitud de la plomada desde el suelo hasta esa marca, y la longitud de su sombra desde la base de la plomada hasta la sombra de la marca.

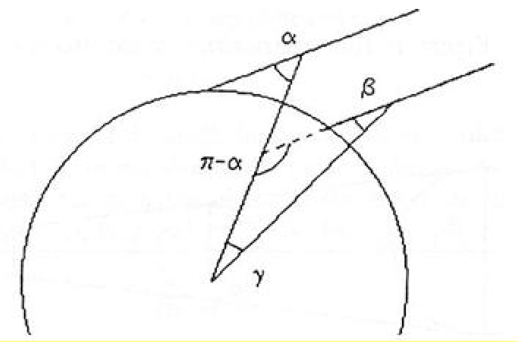


Fig. 19: Situación de plomadas y ángulos en el experimento de Eratóstenes

Se considera que los rayos solares son paralelos. Esos rayos solares producen dos sombras, una para cada plomada. Se miden las longitudes de la plomada y su sombra y usando la definición de tangente, se obtienen los ángulos α y β (figura 19). El ángulo central γ puede calcularse imponiendo que la suma de los ángulos de un triángulo es igual a π radianes. Entonces $\pi = \pi - \alpha + \beta + \gamma$ y simplificando

$$\gamma = \alpha - \beta$$

donde α y β se han obtenido a partir de medir la plomada y su sombra.

Finalmente estableciendo una proporcionalidad entre el ángulo γ, la longitud de su arco d (determinado por la distancia sobre el meridiano entre las dos ciudades), y 2π radianes del círculo meridiano y su longitud $2\pi R_T$, es decir,

$$\frac{2\pi R_T}{2\pi} = \frac{d}{\gamma}$$

entonces se deduce que:

$$R_T = \frac{d}{\gamma}$$

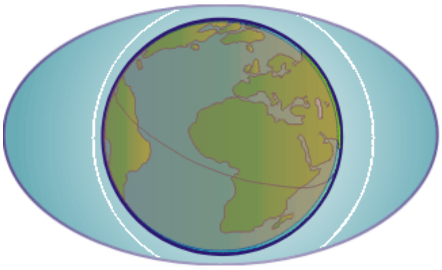
donde γ se ha obtenido a partir de la observación, en radianes, y d es la distancia en km entre ambas ciudades. Se puede hallar d a partir de un buen mapa

En el caso de Eratostenes el ángulo β era nulo y sencillamente $\gamma = \alpha$ y como la distance desde Alejandria a Syena era conocida como ruta de caravanas, pudo deducir el radio de la Tierra dando un resultado muy correcto.

También hay que mencionar que el objetivo de esta actividad no es la precisión de los resultados. Solo se desea que los estudiantes descubran que pensando y usando todas las posibilidades que puedan imaginar son capaces de obtener resultados sorprendentes.

Mareas

Las mareas son el ascenso y descenso del nivel del mar causado por los efectos combinados de la rotación de la Tierra y las fuerzas gravitacionales ejercidas por la Luna y el Sol. La forma del fondo y de la orilla en la zona costera también influye en menor medida. Las mareas se producen con un período de aproximadamente 12 horas y media .



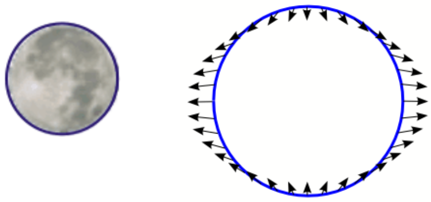


Fig. 20: El efecto de las mareas Fig. 21: Efecto, sobre el agua, de la aceleración diferenciada de la Tierra en diferentes areas del oceano.

Las mareas se deben principalmente a la atracción entre la Luna y la Tierra. Del lado de la Tierra que está de frente a la Luna y en el lado opuesto ocurren las mareas altas (figura 20). En los puntos intermedios se dan las mareas bajas.

El fenómeno de las mareas ya era conocido en la antigüedad, pero su explicación sólo fue posible después de conocerse la Ley de Newton de la Gravitación Universal (1687).

$$F_g = \frac{m_T \cdot m_L}{d^2}$$

La Luna ejerce una fuerza gravitacional sobre la Tierra. Cuando hay una fuerza gravitacional se puede considerar que existe una aceleración gravitacional que, de acuerdo con la segunda ley de Newton ($F = m \cdot a$). Así la aceleración de la Luna sobre la Tierra viene dada por

$$a_g = G\frac{m_L}{d^2}$$

Donde m_L es la masa de la Luna y d es la distancia de la Luna a un punto de la Tierra.

La parte sólida de la Tierra es un cuerpo rígido y, por eso, se puede considerar toda la aceleración sobre esta parte sólida aplicada en el Centro de la Tierra. Sin embargo, el agua es líquida y sufre una aceleración diferenciada que depende de la distancia a la Luna. Así la aceleración del lado más próximo a la Luna es mayor que la del lado más alejado. En consecuencia, la superficie del océano va a generar un elipsoide (figura 21).

Ese elipsoide queda siempre con la zona más alargada hacia la Luna (figura 20) y la Tierra va a girar por debajo. Así cada punto de la Tierra tendrá 2 veces al día una marea alta seguida de una marea baja. Realmente el período entre mareas es un poco superior a 12 horas y la razón es que la Luna gira respecto a la Tierra con un período sinódico de cerca de 29,5 días. Lo que significa que recorre 360º en 29,5 días, así la Luna va a avanzar en el cielo cerca de 12,2º cada día o sea 6,6º cada 12 horas. Como en cada hora la Tierra gira sobre sí misma cerca de 15º, 6.6º equivalen a 24 minutos, por lo que cada ciclo de marea es de 12 horas y 24 minutos. Como el intervalo de tiempo entre marea alta y marea baja es la mitad, el tiempo que comprendido desde la marea alta hasta la marea baja o de la marea baja hasta la marea alta será de unas 6h 12 min.

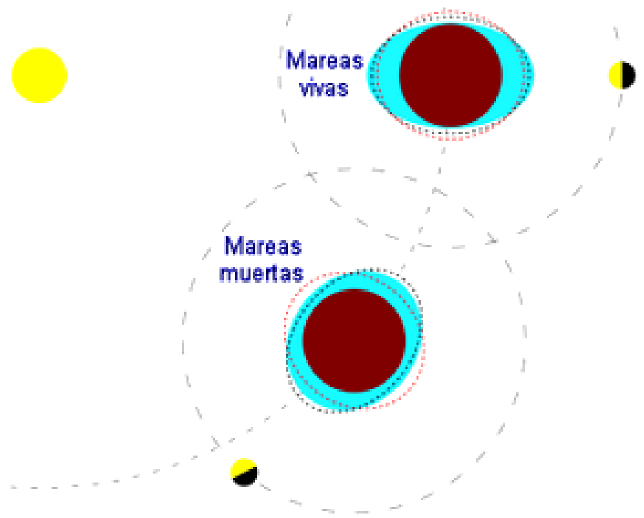


Fig 22: Mareas vivas y mareas muertas.

La Luna es la que mas influye en las mareas debido a su proximidad. Pero el Sol también influye en las mareas. Cuando la Luna y el Sol están en conjunción (Luna nueva) o en oposición (Luna llena) se dan las mareas vivas. Cuando la Luna y el Sol ejercen atracciones gravitacionales perpendiculares (Cuarto creciente y Cuarto menguante) se dan las mareas muertas (figura 22).

Bibliografía

- Broman, L., Estalella, R., Ros, R.M., "*Experimentos de Astronomía. 27 pasos hacia el Universo*", Editorial Alambra, Madrid, 1988.
- Broman, L., Estalella, R., Ros, R.M., "*Experimentos de Astronomía*", Editorial Alambra, México, 1997.
- Fucili, L., García, B., Casali, G., "A scale model to study solar eclipses", Proceedings of 3rd EAAE Summer School, 107, 109, Barcelona, 1999
- Lanciano, N., Strumenti per i giardino del cielo, Edizioni junior, Spaggiari Eds, Roma, 2016
- Reddy, M. P. M., Affholder, M, "*Descriptive physical oceanography: State of the Art*", Taylor and Francis, 249, 2001.
- Ros, R.M., *"Lunar eclipses: Viewing and Calculating Activities"*, Proceedings of 9th EAAE International Summer School, 135, 149, Barcelona, 2005.