



UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
ESCUELA DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS

Prueba Específica de Matemática

Código de examen: PEM-2018-03-300

NOV: —

Nota:

Nombres: _____ Apellidos: _____

Solo marque una opción:

Hombre Mujer

Física Matemática

Instrucciones

- La prueba consta de 25 preguntas. Las respuestas a los problemas planteados son únicamente enteros positivos entre 1 y 99.
- La nota de la prueba es igual al número de respuestas correctas multiplicado por cuatro. No hay penalización por respuestas incorrectas.
- Tiene 120 minutos para resolver la prueba.
- Cada pregunta tiene dos casillas para colocar la respuesta, la cual debe estar escrita con lapicero. Cuando la respuesta obtenida tiene un sólo dígito, debe colocar un cero en la casilla de la izquierda.
- Por ejemplo, si obtuvo el número siete como solución a un problema, lo correcto es escribir , y es incorrecto o .
- No se puede hacer uso de los siguientes dispositivos electrónicos: calculadora, teléfono, teléfono inteligente, tableta o computadora.
- El orden de los problemas no tiene relación con su dificultad, ya que las preguntas fueron colocadas en orden aleatorio para generar varias formas.
- No olvide colocar su número de carné y nombre completo en los espacios correspondientes en esta hoja.
- Se le solicitará un documento de identificación con foto para verificar su identidad, su tarjeta de orientación vocacional y la impresión de constancia de asignación a esta prueba.
- La prueba inicia cuando se le indique.

Problema 1. Determine el valor de

$$2018 \cdot (-1)^{2018} + 2017 \cdot (-1)^{2017} + 2016 \cdot (-1)^{2016} + 2015 \cdot (-1)^{2015} + \dots + 1899 \cdot (-1)^{1899}.$$

Respuesta:

Problema 2. Encuentre la suma del numerador y denominador de la fracción simplificada que se obtiene al reducir la expresión:

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32}.$$

Respuesta:

Problema 3. Halle el valor de:

$$10(0.\overline{12} + 0.2\overline{3} + 0.3\overline{4}).$$

Respuesta:

Problema 4. La suma de dos números primos distintos es impar y menor que 100. De estos primos, ¿cuál es el más pequeño?

Respuesta:

Problema 5. En una reunión el 10% del número de hombres es igual al 40% del número de mujeres. ¿Qué porcentaje del total son hombres?

Respuesta:

Problema 6. Encuentre el valor de la expresión

$$(a + b) \left(\frac{a^2 - b^2}{a - b} - \frac{a^3 - b^3}{a^2 - b^2} \right)$$

cuando $a = 8$ y $b = 12$.

Respuesta:

Problema 7. Determine el valor de

$$\frac{10p^2 - 90}{p^2 - 3p - 18},$$

cuando $p = 11$.

Respuesta:

Problema 8. Resuelva la ecuación

$$\frac{x-1}{8} = 1 + \frac{x+1}{18}.$$

Respuesta:

Problema 9. Encuentre $3(x+y)$, si

$$\frac{5}{x} + \frac{6}{y} = 3$$

$$\frac{15}{x} + \frac{3}{y} = 4.$$

Respuesta:

Problema 10. Dos números difieren en 10 y su suma es igual al doble de su diferencia. Halle el número más pequeño.

Respuesta:

Problema 11. Se tiene la ecuación cuadrática $15x^2 - 2ax = a^2$, con $a > 0$. Si la raíz más grande de la ecuación es 17, determine el valor de a .

Respuesta:

Problema 12. Los números -9 y -11 son raíces de la ecuación $x^2 + bx + c = 0$. Encuentre el valor de $c - b$.

Respuesta:

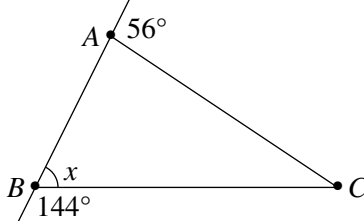
Problema 13. La suma de dos números es 12, y la suma de sus cuadrados 74. Encuentre el más pequeño de los números.

Respuesta:

Problema 14. Sea $ABCD$ un rombo construido a partir de dos triángulos equiláteros ABD y BCD , cuyos centroides son I y J , respectivamente. Si el área del rombo $ABCD$ es 87, ¿cuánto vale el área del rombo $IBJD$?

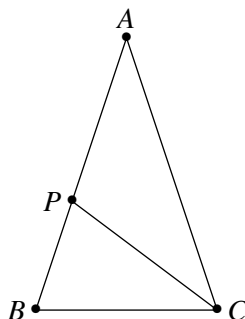
Respuesta:

Problema 15. Encuentre el valor del ángulo x .



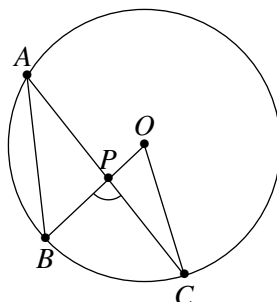
Respuesta:

Problema 16. En el triángulo ABC , $AB = AC$. Si el punto P entre A y B es tal que $AP = PC = CB$, ¿a qué es igual el $\angle A$?



Respuesta:

Problema 17. En la figura O es el centro del círculo, A , B y C son puntos de la circunferencia y P es la intersección de AC con OB . Además, el $\angle ABP = 49^\circ$ y $\angle PCO = 17^\circ$. ¿Cual es el valor del ángulo $\angle BPC$?



Respuesta:

Problema 18. Sea ABC un triángulo equilátero de lado $3\sqrt{3}$. Por el lado AB se construye otro triángulo equilátero, sea $D \neq C$ el nuevo vértice. Si el punto G es el centroide del triángulo ABC . ¿Cuánto vale la distancia de G a D ?

Respuesta:

Problema 19. Para enteros a, b y c , se define

$$a \otimes b \otimes c = a^b - b^c + c^a.$$

Determine el valor de $1 \otimes (-1) \otimes 2$.

Respuesta:

Problema 20. Halle el valor de

$$\sqrt{\frac{8^{10} + 4^{10}}{8^4 + 4^{11}}}.$$

Respuesta:

Problema 21. Halle el valor de

$$1 - 2 + 3 - 4 + \dots - 98 + 99.$$

Respuesta:

Problema 22. ¿Cuántos términos distintos hay en el desarrollo completo de $(x + y - z)^4$?

Respuesta:

Problema 23. Determine el coeficiente que acompaña al término x^{-4} al desarrollar

$$\left(x + \frac{2}{x^2}\right)^5.$$

Respuesta:

Problema 24. Considere el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned}x^6 - y^6 z^4 &= 41\,503 \\x^3 + y^3 z^2 &= 539\end{aligned}$$

determine cuánto vale $x^3 - y^3 z^2$.

Respuesta:

Problema 25. Si $2^{1998} - 2^{1997} - 2^{1996} + 2^{1995} = k \cdot 2^{1995}$, ¿cuál es el valor de k ?

Respuesta:

–Fin de la prueba–