

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
ESCUELA DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS

Prueba Específica de Matemática

Guatemala, 17 de septiembre de 2019

Código de examen: PEM-2019-01-300

NOV: —

Nota:

Nombres: _____ Apellidos: _____

Solo marque una opción:

Hombre Mujer

Física Matemática

Instrucciones

- La prueba consta de 25 preguntas. Las respuestas a los problemas planteados son únicamente enteros positivos entre 1 y 99.
- La nota de la prueba es igual al número de respuestas correctas multiplicado por cuatro. No hay penalización por respuestas incorrectas.
- Tiene 120 minutos para resolver la prueba.
- Cada pregunta tiene dos casillas para colocar la respuesta, la cual debe estar escrita con lapicero. Cuando la respuesta obtenida tiene un sólo dígito, debe colocar un cero en la casilla de la izquierda.
- Por ejemplo, si obtuvo el número siete como solución a un problema, lo correcto es escribir 07, y es incorrecto 7 o 7.
- No se puede hacer uso de los siguientes dispositivos electrónicos: calculadora, teléfono, teléfono inteligente, tableta o computadora.
- El orden de los problemas no tiene relación con su dificultad, ya que las preguntas fueron colocadas en orden aleatorio para generar varias formas.
- No olvide colocar su número de carné y nombre completo en los espacios correspondientes en esta hoja.
- Se le solicitará un documento de identificación con foto para verificar su identidad, su tarjeta de orientación vocacional y la impresión de constancia de asignación a esta prueba.
- La prueba inicia cuando se le indique.

Problema 1. Si $\frac{a}{b} = \frac{3}{5}$, ¿a qué es igual $\frac{15b}{a}$?

Respuesta:

Problema 2. Determine el valor de la expresión

$$a\{a^{-1} + a\} - 1,$$

cuando $a = 9$.

Respuesta:

Por un error tipográfico se colocó la expresión $a\{a^{-1} + a\}^{-1}$ cuyo resultado no es un entero. Este problema no se incluyó en la calificación de la prueba.

Problema 3. Halle la suma de los coeficientes del polinomio que se obtiene al simplificar la expresión

$$x^2 + (x + 1)^2 + (x + 2)^2.$$

Respuesta:

Problema 4. Halle el valor de $a^3 + b^3$, si se sabe que

- $a + b = 6$
- $ab = 10$.

Respuesta:

Problema 5. Encuentre el menor entero positivo n tal que el número $600n$ es un cubo perfecto

Respuesta:

Problema 6. Encuentre la solución de la ecuación

$$\frac{x - a}{b} + \frac{x + b}{a} = \frac{a + b}{a},$$

si $a = 99$ y $b = 999$.

Respuesta:

Problema 7. Encuentre el valor de x si $\sqrt{\sqrt{x} + 1} = 3$.

Respuesta:

Problema 8. Determine el valor de

$$\left(\frac{1}{2 + \frac{5}{7}}\right)\left(10 + \frac{2 + \frac{5}{2}}{\frac{1}{2}}\right).$$

Respuesta:

Problema 9. Encuentre el valor de

$$\frac{\frac{a}{a+b} - \frac{b}{b-a}}{\frac{a^2+b^2}{b^2+ab}},$$

cuando $a = 72$ y $b = 66$.

Respuesta:

Problema 10. Determine el valor de a si la solución de la ecuación

$$-ax + (a + 1)^2 = a^2,$$

es $\frac{43}{21}$.

Respuesta:

Problema 11. Encuentre el valor de:

$$18 \left[\left(\frac{x}{x-a} + \frac{x}{x-b} + \frac{x}{x-c} \right) - \left(\frac{a}{x-a} + \frac{b}{x-b} + \frac{c}{x-c} \right) \right].$$

Respuesta:

Problema 12. Encuentre el valor de

$$(2020^2 - 2019^2) - (2018^2 - 2017^2) + (2016^2 - 2015^2) - (2014^2 - 2013^2) + (2012^2 - 2011^2) - (2010^2 - 2009^2).$$

Respuesta:

Problema 13. La suma de cinco enteros positivos consecutivos es $3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6$. Encuentre el número de enmedio.

Respuesta:

Problema 14. Determine el valor de:

$$9 \left(\frac{1}{2\sqrt[3]{8}} + \frac{1}{3\sqrt{4}} \right) (\sqrt[3]{64} + \sqrt{64}).$$

Respuesta:

Problema 15. Se tiene un rectángulo cuya altura mide 12 más que su base y su perímetro es igual a 100. Determine el valor de la altura del rectángulo.

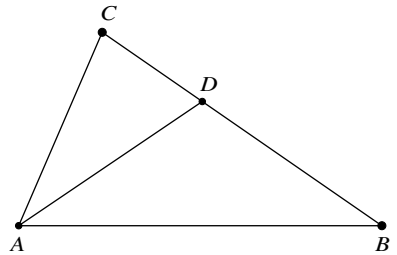
Respuesta:

Problema 16. Las bisectrices de los ángulos A y B del triángulo ABC se intersectan en P . Si $\angle APB = \angle CAB + \angle ABC$, halle el valor del ángulo $\angle ACB$.

Respuesta:

Problema 17. En el triángulo ABC el punto D sobre el lado BC es tal que $AD = BD$. Si $\angle ACB = 80^\circ$ y $\angle CAD = 30^\circ$, determine el valor del $\angle CAB$.

Respuesta:



Problema 18. Determine la longitud del lado de un triángulo equilátero cuya área es $225\sqrt{3}$.

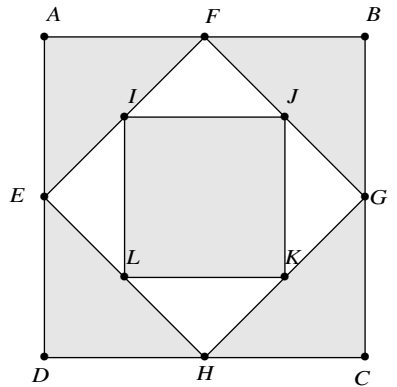
Respuesta:

Problema 19. El área de un cuadrado es veintidós veces su perímetro. Halle el lado del cuadrado.

Respuesta:

Problema 20. En la figura $ABCD$, $EFGH$ e $IJKL$ son cuadrados. Si el área del cuadrado $EFGH$ es 19, halle el área de la figura sombreada.

Respuesta:



Problema 21. Si N es el número de enteros entre 99 y 999 que tienen exactamente un cero, determine el valor de $\frac{N}{2}$.

Respuesta:

Problema 22. Si el 20% de un número es 12, halle el 30% del mismo número.

Respuesta:

Problema 23. Determine el número de enteros entre 1 000 y 10 000 que son a la vez múltiplos de 15, 20 y 25.

Respuesta:

Problema 24. El promedio de cinco números de una lista es 54. El promedio de los primeros dos números es 48. Halle el promedio de los siguientes tres números.

Respuesta:

Problema 25. Juan Carlos tiene 20 pelotas. Cada uno de sus cuatro hermanos tiene 10 pelotas. Determine el número de pelotas que Juan Carlos tiene que darle a cada una de sus hermanos para que los cinco tengan la misma cantidad de pelotas.

Respuesta:

–Fin de la prueba–