Universidad de San Carlos de Guatemala
Escuela de Ciencias Físicas y Matemáticas
Programas de Licenciatura

Programa de Introducción a las Estructuras Algebraicas

1. Descripción del Curso

Nombre: Introducción a las Estructuras Algebraicas	**Código:** M102
Prerrequisitos: Ninguno	**Créditos:** 5
Profesor: José Carlos Bonilla	**Semestre:** Primero, 2018

Curso introductorio para toda la carrera, en el cual se introducen los conceptos fundamentales de Teoría de Conjuntos, elementos de la Lógica y las técnicas de demostración más utilizadas. También se discute la teoría básica de relaciones, y la construcción y propiedades de las estructuras numéricas y algebraicas más comunes.

2. Competencias

2.1. Competencias generales

2.1.1 Dominio de los conceptos básicos de la matemática superior.

2.1.2 Capacidad para construir y desarrollar argumentaciones lógicas, con una clara identificación de hipótesis o conclusiones.

2.1.3 Capacidad para expresarse correcta y claramente, utilizando el lenguaje matemático.

2.1.4 Capacidad para formular problemas en lenguaje matemático, para facilitar su análisis y solución.

2.2. Competencias específicas

a. Dominio de los conceptos básicos de la Teoría de Conjuntos y la Lógica.

b. Capacidad de identificar si dos proposiciones son o no equivalentes vía las leyes de la Lógica.

c. Comprensión y capacidad de utilizar técnicas de demostración para probar teoremas sencillos, especialmente en materia de Aritmética, mediante inducción matemática.

d. Comprensión del concepto de relación y el de función, capacidad de clasificar relaciones según sus tipos, y emplear las definiciones para probar propiedades simples de las mismas.

e. Capacidad de construir, dentro de la Teoría de Conjuntos, algunas estructuras numéricas básicas.

3. Unidades

3.1. Teoría de Conjuntos y Lógica

Descripción: Breve explicación de la necesidad de sistemas formales en la Matemática, mencionando la estructura de un sistema formal, una parte de la historia de la Teoría de Conjuntos, y el trilema de Münchhaussen. Operaciones con conjuntos, conectivos lógicos y la conexión entre los mismos. Tablas de verdad, equivalencia lógica, leyes de la lógica: DeMorgan, idempotencia, doble negación, equivalencia del conectivo condicional, equivalencia del bicondicional, contrapuesta, entre otras. Productos cartesianos, conjuntos potencia. Cuantificadores. Cardinalidad y números cardinales, diagonalización de Cantor, la paradoja de

Russell y otras paradojas. Mención de los axiomas de la Teoría de Conjuntos ZF, sin entrar en demasiados detalles.

Duración: 20 períodos de 50 minutos

Metodología: Los períodos de clase son magistrales, con la presentación de varios ejemplos. Se enfatiza el uso de la notación apropiada por sobre la formalidad en las demostraciones, puesto que son las primeras incursiones de los estudiantes en las mismas.

Evaluación: El primer parcial evaluará exclusivamente temas de esta unidad. También se evaluará en tareas, taller, exámenes cortos, investigaciones, hojas de trabajo y el examen final.

3.2. Técnicas de demostración

Descripción: Explicación de la diferencia entre argumentos intuitivos y demostraciones formales. Tipos de demostraciones: implicaciones, dobles implicaciones, conjunciones, disyunciones, negaciones, equivalencias múltiples, proposiciones cuantificadas, existencia y unicidad. Técnicas de demostración: demostración directa, por contradicción, por reducción al absurdo, por contrapuesta, por contraejemplo, por inducción.

Duración: 14 períodos de 50 minutos

Metodología: Los períodos de clase son magistrales, con la presentación de varios ejemplos. Se busca mejorar el nivel de formalismo de los estudiantes.

Evaluación: El primer y segundo parciales evaluarán temas de esta unidad. También se evaluará en tareas, taller, exámenes cortos, investigaciones, hojas de trabajo y el examen final.

3.3. Relaciones y funciones

Descripción: Definición de relación, tipos de relación: simétrica, antisimétrica, reflexiva, transitiva, de orden parcial y total, de equivalencia. Ejemplos de relaciones: menor, mayor, menor o igual, mayor o igual, divisibilidad, congruencia geométrica, congruencia numérica, etc. El teorema de las particiones y las relaciones de equivalencia. Definición de función, tipos de función: inyectiva, sobreyectiva, biyectiva, inversa. Imágenes y preimágenes de puntos y conjuntos, algunas propiedades. Definición de conjunto infinito, conjuntos contables y no contables. El teorema de Cantor-Schröder-Bernstein.

Duración: 14 períodos de 50 minutos

Metodología: Los períodos de clase son magistrales, con la presentación de varios ejemplos. Se busca mejorar el nivel de formalismo de los estudiantes.

Evaluación: El segundo parcial evaluará temas de esta unidad. También se evaluará en tareas, taller, exámenes cortos, investigaciones, hojas de trabajo y el examen final.

3.4. Estructuras numéricas y algebraicas

Descripción: Construcción y axiomas de los números naturales. Construcción de los enteros y racionales. Discusión vaga sobre la construcción de los reales. Breve mención de la existencia de otros conjuntos numéricos: complejos, ordinales, cuaterniones, etc... sin entrar en muchos detalles. Descripción de los conceptos de grupo, anillo y campo, y demostración de las propiedades más básicas (unicidad de inversos y neutro, $(ab)^{-1} = b^{-1}a^{-1}$, entre otros).

Duración: 10 períodos de 50 minutos

Metodología: Los períodos de clase son magistrales, con la presentación de varios ejemplos. Se busca mejorar el nivel de formalismo de los estudiantes.

Evaluación: El segundo parcial evaluará temas de esta unidad. También se evaluará en tareas, taller, exámenes cortos, investigaciones, hojas de trabajo y el examen final.

4. Evaluación del curso

Los porcentajes asignados a cada uno de los elementos de la evaluación están de acuerdo con el Reglamento General de Evaluación y Promoción del Estudiante de la Universidad de San Carlos de Guatemala

Taller	10 puntos
Exámenes parciales	40 puntos
Tareas, investigaciones, exámenes cortos y hojas de trabajo	25 puntos
Examen final	25 puntos
Total	100 puntos

5. Bibliografía

Principales

1. Houston, Kevin. “How to Think Like a Mathematician”. Cambridge University Press.
2. Halmos, Paul R. “Naive Set Theory”. Van Nostrand Reinhold Company.
3. Alsina, Claudi, et. al. “Charming Proofs: A Journey Into Elegant Mathematics”. The Mathematical Association of America.

Material Adicional

1. Velleman, Daniel J. “How To Prove It”. Cambridge University Press.
2. Nelsen, Roger B. “Proofs Without Words”. The Mathematical Association of America (Incorporated).
3. Day, Martin V. “An Introduction to Proofs and the Mathematical Vernacular”. Virginia Tech.
4. `http://www.geogebra.org/cms/es/`

http://ecfm.usac.edu.gt/programas