

Programa de Algebra Moderna 1

1. Descripción del Curso

Nombre: Algebra Moderna 1 **Código:** M703
Prerrequisitos: M605 **Créditos:** 6
Profesor: Rodolfo Samayoa **Semestre:** Segundo 2017

El curso de Algebra Moderna 1 es el primer curso de álgebra abstracta después de los cursos de álgebra lineal. En este curso se introducen los conceptos básicos del álgebra abstracta y se desarrolla la teoría de grupos.

2. Competencias

2.1. Competencias generales

- 2.1.1 Capacidad de abstracción, incluido el desarrollo lógico de teorías matemáticas y las relaciones entre ellas.
- 2.1.2 Dominio de los conceptos fundamentales de la matemática pura.
- 2.1.3 Capacidad creativa para formular demostraciones.
- 2.1.4 Capacidad para presentar razonamientos y teorías matemáticas, con claridad y rigor pero de forma adecuada para la audiencia a la que van dirigidos, tanto oralmente como por escrito.
- 2.1.5 Capacidad básica del proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.
- 2.1.6 Capacidad para construir y desarrollar argumentaciones lógicas, con una clara identificación de hipótesis o conclusiones.

2.2. Competencias específicas

- a. Domina el concepto de operación binaria y sus posibles propiedades como asociatividad, cerradura, conmutatividad y sus usos en la definición de estructuras algebraicas.
- b. Conoce la definición matemática del concepto de grupo y su relación con otras estructuras algebraicas como los monoides.
- c. Está totalmente familiarizado y utiliza con propiedad los conceptos de homomorfismo, monomorfismo, epimorfismo, isomorfismo y automorfismo.
- d. Conoce y domina los conceptos de grupo, subgrupo, orden de un grupo, clases laterales, subgrupos normales, grupo abeliano, grupo cíclico, grupo cociente y grupo producto.
- e. Domina el grupo de permutaciones, el grupo simétrico y el grupo alternante.
- f. Conoce y utiliza grupos de matrices y grupos de transformaciones lineales.
- g. Conoce y utiliza hábilmente ejemplos de grupos y grupos abelianos.
- h. Resuelve diferentes tipos de problemas relacionados con la teoría de grupos.

- i. Construye y define nuevos grupos usando los conceptos de grupo cociente y de grupo producto.
- j. Demuestra hábilmente los teoremas principales de la teoría de grupos como el teorema de Lagrange, el teorema de Cayley, el teorema de Cauchy, los teoremas de Sylow y los teoremas de isomorfismos
- k. Utiliza la teoría de grupos para entender mejor ciertos aspectos de la combinatoria y de la teoría de números.
- l. Conoce la clasificación de los grupos abelianos finitos y su potencial relación con la Topología.

3. Unidades

3.1. Operaciones Binarias

Descripción: Definición de operación binaria. Propiedades de las operaciones binarias. Cerradura, asociatividad y conmutatividad. Definición de elemento neutro o elemento identidad y de elemento inverso. Definición de elemento unidad y de elemento unitario. Estructuras algebraicas con una sola operación binaria. Los números enteros. Divisibilidad y los números primos. El algoritmo de Euclides. La composición de funciones como ejemplo de una operación binaria asociativa. El monoide de funciones. Introducción a la definición de grupo.

Duración: 5 períodos de 50 minutos

Metodología: Los períodos de clase son magistrales, donde se definen los conceptos básicos se presentan ejemplos y se desarrolla la teoría. También se resuelven problemas y ejercicios que se encuentran en los diferentes libros de texto.

Evaluación: Se evaluará por medio de ejercicios en clase, tareas individuales y dos problemas en el primer parcial.

3.2. Grupos y Subgrupos

Descripción: Definición axiomática del concepto de grupo. Ejemplos de grupos para ilustrar la definición. Grupos finitos y grupos infinitos. Grupos abelianos. Orden de un elemento y orden de un grupo finito. Grupos cíclicos y ejemplos. Grupos de matrices y grupos de transformaciones lineales. Definición de subgrupo. Propiedades de los subgrupos y ejemplos de subgrupos. Subgrupos cíclicos. Subgrupos normales. Ejemplos de subgrupos normales. Conjugación y el conjugado de un elemento. El centro de un grupo. El normalizador de un grupo. Acciones de grupo

Duración: 7 períodos de 50 minutos

Metodología: Los períodos de clase son magistrales, donde se definen los conceptos básicos se presentan ejemplos y se desarrolla la teoría. También se resuelven problemas y ejercicios que se encuentran en los libros de texto.

Evaluación: Se evaluará por medio de tareas individuales, dos problemas en el primer parcial y un problema en el examen final.

3.3. Homomorfismos

Descripción: Definición de homomorfismo entre grupos. Ejemplos de homomorfismos. Definición de los conceptos de monomorfismo, epimorfismo, isomorfismo y automorfismos y ejemplos. Núcleo o kernel de un homomorfismo. Propiedades de los núcleos. Los núcleos como subgrupos normales. Teorema de Cayley. Definición de la representación de un grupo.

Duración: 8 períodos de 50 minutos

Metodología: Los períodos de clase son magistrales, donde se definen los conceptos básicos se presentan ejemplos y se desarrolla la teoría. También se resuelven problemas y ejercicios que se encuentran en los libros de texto.

Evaluación: Se evaluará por medio de tareas individuales, ejercicios en clase y dos problemas en el primer examen parcial y un problema en el examen final.

3.4. Grupo de Permutaciones

Descripción: Funciones biyectivas. Definición de permutación. Permutaciones pares e impares. El grupo simétrico y el grupo alternante. Definición de ciclos. Construcción de permutaciones por medio de ciclos. Aplicación de los conceptos de permutaciones en problemas de conteo. Tablas y diagramas de Young.

Duración: 6 períodos de 50 minutos

Metodología: Los períodos de clase son magistrales, donde se definen los conceptos básicos, se presentan ejemplos y se desarrolla la teoría. También se resuelven problemas y ejercicios que se encuentran en los libros de texto.

Evaluación: Se evaluará por medio de ejercicios en clase, tareas individuales, dos problemas en el segundo examen parcial y un problema en el examen final.

3.5. Grupo Cociente

Descripción: Relaciones de equivalencia y particiones de un conjunto. Definición de clase lateral. Clase lateral derecha y clase lateral izquierda. Definición de grupo cociente o grupo factor. Ejemplos. Construcción de grupos cociente. Teorema de Lagrange. Consecuencias y aplicaciones del teorema de Lagrange. Primer teorema de isomorfismo. Segundo teorema de isomorfismo. Grupos simples. Información sobre la clasificación de los grupos finitos simples.

Duración: 8 períodos de 50 minutos

Metodología: Los períodos de clase son magistrales, donde se definen los conceptos básicos, se presentan ejemplos y se desarrolla la teoría. También se resuelven problemas y ejercicios que se encuentran en los libros de texto.

Evaluación: Se evaluará por medio de ejercicios en clase, tareas individuales, un trabajo de investigación, dos problemas en el segundo examen parcial y un problema en el examen final.

3.6. Producto de Grupos

Descripción: Producto cartesiano. Definición de producto externo de grupos y ejemplos. Definición de producto directo de grupos y ejemplos. Definición de producto interno de grupos y ejemplos. La suma directa de grupos abelianos.

Duración: 7 períodos de 50 minutos

Metodología: Los períodos de clase son magistrales, donde se definen los conceptos básicos, se presentan ejemplos y se desarrolla la teoría. También se resuelven problemas y ejercicios que se encuentran en los libros de texto.

Evaluación: Se evaluará por medio de ejercicios en clase y dos problemas en el segundo examen parcial.

3.7. Grupos Finitos

Descripción: Falsedad del recíproco del teorema de Lagrange. El grupo dihedral. Grupos cíclicos. Los grupos Z_n . Aritmética modular. Teoremas de Euler y Fermat. Principios de conteo. El teorema de Cauchy. Los p – grupos finitos. Los tres teoremas de Sylow. Grupos de orden p , p^2 , p^3 y pq . Grupos de orden bajo.

Duración: 9 períodos de 50 minutos

Metodología: Los períodos de clase son magistrales, donde se definen los conceptos básicos, se presentan ejemplos y se desarrolla la teoría. También se resuelven problemas y ejercicios que se encuentran en los libros de texto.

Evaluación: Se evaluará por medio de ejercicios en clase, tareas individuales, dos problemas en el tercer examen parcial y un problema en el examen final.

3.8. Grupos de Matrices

Descripción: Grupo de homomorfismos. Grupo de rotaciones. El grupo lineal general $GL(n)$ y sus propiedades. Grupos ortogonales y unitarios. Simetrías. El grupo lineal especial $SL(n)$. El determinante como un homomorfismo entre grupos.

Duración: 5 períodos de 50 minutos

Metodología: Los períodos de clase son magistrales, donde se definen los conceptos básicos, se presentan ejemplos y se desarrolla la teoría. También se resuelven problemas y ejercicios que se encuentran en los libros de texto.

Evaluación: Se evaluará por medio de ejercicios en clase, tareas individuales, dos problemas en el tercer examen parcial y un problema en el examen final.

3.9. Grupos Abelianos

Descripción: Notación aditiva para los grupos abelianos. Algunos ejemplos de grupos abelianos. Suma directa de grupos abelianos. Grupos libres y torsión. Clasificación de grupos abelianos finitos. Grupos abelianos finitamente generados. Demostración del teorema fundamental de la clasificación de los grupos abelianos. Aplicación de los grupos abelianos a la clasificación topológica de las superficies conexas que son orientables y compactas.

Duración: 8 períodos de 50 minutos

Metodología: Los períodos de clase son magistrales, donde se definen los conceptos básicos, se presentan ejemplos y se desarrolla la teoría. También se resuelven problemas y ejercicios que se encuentran en los libros de texto.

Evaluación: Se evaluará por medio de ejercicios en clase y dos problemas en el tercer examen final y un problema en el examen final.

4. Evaluación del curso

Los porcentajes asignados a cada uno de los elementos de la evaluación están de acuerdo con el Reglamento General de Evaluación y Promoción del Estudiante de la Universidad de San Carlos de Guatemala

1 Trabajo de investigación	5 puntos
3 Exámenes parciales	50 puntos
Tareas y ejercicios	20 puntos
Examen final	25 puntos
Total	100 puntos

5. Bibliografía

1. Herstein. "Topics in Algebra", Editorial Wiley & Sons, United States of America.
2. Birkhoff, MacLane. "A Survey of Modern Algebra", Editorial Macmillan, New York.
3. Rotman. "A First Course in Abstract Algebra", Editorial Prentice Hall, New Jersey.
4. MacLane, Birkhoff. "Algebra", Editorial AMS Chelsea Publishing, Rhode Island.
5. Van der Waerden. "Algebra", Editorial Springer, New York, Berlin.

<http://ecfm.usac.edu.gt/programas>