

## Programa de Álgebra Lineal 1

### 1. Descripción del Curso

**Nombre:** Álgebra Lineal 1      **Código:** M205  
**Prerrequisitos:** M102 – M105      **Créditos:** 5  
**Profesor:** Damián Ochoa      **Semestre:** Segundo, 2017

Curso en el que se inicia el estudio del álgebra lineal, en el cual se introduce el concepto abstracto de espacio vectorial a partir de las propiedades del plano y del espacio; asimismo se discuten las transformaciones lineales y su relación con las matrices.

### 2. Competencias

#### 2.1. Competencias generales

- 2.1.1 Dominio de los conceptos básicos de la matemática superior.
- 2.1.2 Capacidad para construir y desarrollar argumentaciones lógicas, con una clara identificación de hipótesis o conclusiones.
- 2.1.3 Capacidad para expresarse correcta y claramente, utilizando el lenguaje matemático.
- 2.1.4 Capacidad para formular problemas en lenguaje matemático, para facilitar su análisis y solución.
- 2.1.5 Capacidad para presentar razonamientos y teorías matemáticas, con claridad y rigor pero de forma adecuada para la audiencia a la que van dirigidos, tanto oralmente como por escrito.
- 2.1.6 Identificar y describir patrones y relaciones observados en diferentes fenómenos.

#### 2.2. Competencias específicas

- a. Conocer los axiomas de espacio vectorial y ser capaz de determinar si un objeto matemático los cumple.
- b. Conocer los axiomas de producto interno y ser capaz de determinar si un objeto matemático los cumple.
- c. Llevar a cabo cambios de base (cambios lineales de coordenadas) en familias de vectores o matrices.
- d. Identificar la matriz asociada a una aplicación lineal y viceversa.
- e. Calcular determinantes de matrices empleando las herramientas teóricas.
- f. Comprender la construcción jerárquica de teoremas sobre otros teoremas y axiomas.
- g. Demostrar propiedades algebraicas básicas mediante inducción matemática.
- h. Demostrar teoremas simples sobre espacios vectoriales mediante reducción al absurdo.
- i. Aplicar las técnicas aprendidas en la solución de problemas avanzados.

## 3. Unidades

### 3.1. Campos y espacios vectoriales

**Descripción:** Breve discusión introductoria sobre estructuras algebraicas. El campo de los números complejos  $\mathbb{C}$ . Vectores en el plano  $\mathbb{F}^2$  y en el espacio  $\mathbb{F}^3$ . Norma, producto interno, producto vectorial, distancia entre puntos. Interpretaciones geométricas. Definición de un  $\mathbb{K}$ -espacio vectorial. Dependencia e independencia lineal de vectores. Subespacios y bases. Dimensión de un espacio vectorial, espacios suma y suma directa, espacios producto. Combinaciones lineales, espacios generados por un conjunto de vectores (span). La desigualdad del triángulo y la desigualdad de Cauchy-Schwarz en espacios euclidianos.

**Duración:** 15 períodos de 50 minutos

**Metodología:** Los períodos de clase son magistrales, con la presentación de algunos ejemplos. Se enfatiza la repetición de los axiomas siempre que estos se hagan necesarios.

**Evaluación:** El primer parcial evaluará exclusivamente temas de esta unidad. También se evaluará en tareas, problemas reto del proyecto, hojas de trabajo y el examen final.

### 3.2. Matrices

**Descripción:** El espacio de las matrices, ecuaciones lineales en forma matricial, reducción de sistemas lineales por el método de Gauss y el de Gauss-Jordan. Rango por filas y columnas. Traza de una matriz. Multiplicación de matrices y sus propiedades, tipos de matrices: triangulares, simétricas, diagonales, etc. Determinantes de matrices de  $2 \times 2$ , de  $3 \times 3$  por la regla de Cramer, método de cofactores y menores para matrices de  $n \times n$ . Interpretación geométrica del determinante. Linealidad del determinante por filas y columnas. Criterio de independencia lineal vía el determinante. Relación entre el determinante y la solubilidad del sistema lineal asociado. Matrices inversas.

**Duración:** 16 períodos de 50 minutos

**Metodología:** Los períodos de clase son magistrales, con la presentación de algunos ejemplos. Se enfatiza la capacidad de calcular los distintos valores asociados a las matrices, aunque no se deja por un lado el formalismo de las demostraciones.

**Evaluación:** El segundo parcial evaluará exclusivamente temas de esta unidad. También se evaluará en tareas, problemas reto del proyecto, hojas de trabajo y el examen final.

### 3.3. Aplicaciones lineales

**Descripción:** Definición de mapeos o aplicaciones, y la de aplicaciones lineales, el kernel y la imagen de una aplicación lineal. Composición de aplicaciones y aplicación inversa. La matriz asociada a una aplicación lineal, la aplicación asociada a una matriz, relación entre matrices, bases y aplicaciones. Isomorfismos. Aplicaciones geométricas: matrices de rotación.

**Duración:** 16 períodos de 50 minutos

**Metodología:** Los períodos de clase son magistrales, con la presentación de algunos ejemplos. Se enfatiza el desarrollo teórico del tema. Es de crucial importancia que el estudiante pueda llevar a cabo cambios de base vía operaciones matriciales.

**Evaluación:** El tercer parcial evaluará exclusivamente temas de esta unidad. También se evaluará en tareas, problemas reto del proyecto, hojas de trabajo y el examen final.

### 3.4. Algunos tópicos adicionales

**Descripción:** Definición de funcional, forma bilineal y forma cuadrática, algunas propiedades de ellas incluyendo la recuperación de una forma bilineal dada la forma cuadrática asociada, y el hecho de que el conjunto de los funcionales sobre un espacio vectorial forma otro espacio vectorial. Formas hermitianas.

Descomposición de una matriz en su parte simétrica y su parte antisimétrica. Matrices idempotentes. Isomorfismo entre el campo de los complejos y un conjunto de matrices antisimétricas especiales de  $2 \times 2$ . Definición de valores y vectores propios de una matriz, cálculo de los mismos y algunas propiedades básicas. El método de ortogonalización de Gram-Schmidt en  $\mathbb{R}^n$ .

**Duración:** 16 períodos de 50 minutos

**Metodología:** Los períodos de clase son magistrales, con la presentación de algunos ejemplos. Se busca que el estudiante se familiarize con conceptos que, en el próximo curso de Álgebra Lineal, serán tratados más profundamente, así que el desarrollo teórico no debe ser absolutamente formal.

**Evaluación:** El final evaluará temas de esta unidad, junto con algunos temas selectos del resto del curso. También se evaluará en tareas, problemas reto del proyecto y hojas de trabajo.

## 4. Evaluación del curso

Los porcentajes asignados a cada uno de los elementos de la evaluación están de acuerdo con el Reglamento General de Evaluación y Promoción del Estudiante de la Universidad de San Carlos de Guatemala

Taller	10 puntos
3 Exámenes parciales	45 puntos
Tareas	15 puntos
Hojas de trabajo	5 puntos
Examen final	25 puntos
Total	100 puntos

## 5. Bibliografía

1. Lang, Serge. “Álgebra Lineal”. Fondo Educativo Interamericano.
2. Axler, Sheldon. “Linear Algebra Done Right”. Springer.
3. Lipschutz, Seymour. “Álgebra Lineal”. (Serie Schaum) Editorial McGraw-Hill.
4. Halmos, Paul. “Espacios vectoriales finito-dimensionales”. Editorial Continental, S.A.
5. <http://www.geogebra.org/cms/es/>

<http://ecfm.usac.edu.gt/programas>